

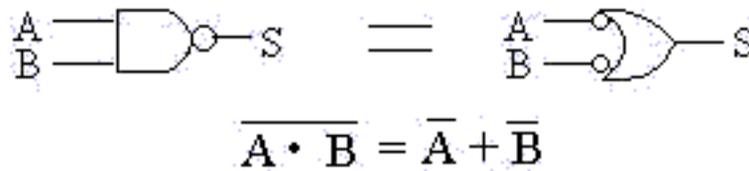
# Álgebra de BOOLE

## Teoremas da Álgebra de Boole

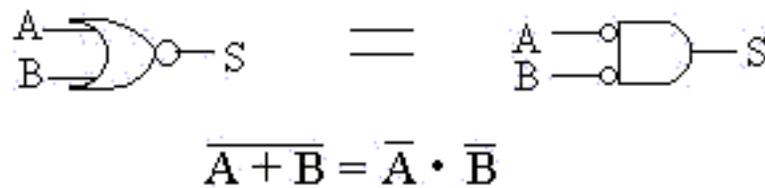
ATENÇÃO:  $A'$  significa NOT ( A );  $B'$  significa NOT ( B )

Uma função combinacional pode ser escrita de várias maneiras, sem ser alterada, fazendo-se uso dos Teoremas da **Álgebra de Boole**. Por exemplo:

a)  $(A \cdot B)' = A' + B'$



b)  $(A + B)' = A' \cdot B'$



onde os símbolos " ' " e " + " representam :

a negação (**NOT**) e a função (**OR**) respectivamente.

Aqui usou-se um teorema conhecido como **Teorema de De Morgan**.

Os principais teoremas da Álgebra Booleana são:

Ordem	Teoremas	Ordem	Teoremas
1	$A + 0 = A$	11	$A \cdot B + A \cdot B' = A$
2	$A + 1 = 1$	12	$(A + B) \cdot (A + B') = A$
3	$A + A = A$	13	$A + A' \cdot B = A + B$
4	$A + A' = 1$	14	$A \cdot (A' + B) = A \cdot B$
5	$A \cdot 1 = A$	15	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$
6	$A \cdot 0 = 0$	16	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
7	$A \cdot A = A$	17	$A \cdot B + A' \cdot C = (A + C) \cdot (A' + B)$
8	$A \cdot A' = 0$	18	$(A + B) \cdot (A' + C) = A \cdot C + A' \cdot B$
9	$A + A \cdot B = A$	19	$A \cdot B + A' \cdot C + B \cdot C = A \cdot B + A' \cdot C$
10	$A \cdot (A + B) = A$	20	$(A + B) \cdot (A' + C) \cdot (B + C) = (A + B) \cdot (A' + C)$

Como qualquer prova de teorema, a cada passo em direção à prova, você tem que dizer o **porque** do passo. Veja este exemplo (a prova do teorema 10):

$$A \cdot (A + B)$$

= (pelo teorema 16)

$$A \cdot A + A \cdot B$$

= (teorema 7)

$$A + A \cdot B$$

= (teorema 5)

$$A \cdot 1 + A \cdot B$$

= (teorema 16)

$$A \cdot (1 + B)$$

= (teorema 2)

$$A \cdot 1$$

= (teorema 5)

$$A$$

**C.Q.D**

o que completa a prova. É muito importante que você exercite este tipo de problema, uma vez que são absolutamente importantes para o estudo de

**Circuitos Digitais combinacionais.**

---

### **Exercícios Resolvidos de Simplificação de funções lógicas :**

1)

$$S = ABC + A\bar{C} + A\bar{B}$$

$$S = A(BC + \bar{C} + \bar{B})$$

$$S = A.(BC + \overline{BC})$$

$$S = A \cdot 1$$

$$S = A$$

2)

$$S = (ABC)(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$$

$$S = (ABC\bar{A}) + (ABC\bar{B}) + (ABC\bar{C})$$

$$S = ABC$$

3)

$$S = (A + B + C)(\bar{A} + \bar{B} + C)$$

$$S = A\bar{A} + A\bar{B} + AC + \bar{A}B + B\bar{B} + CC + \bar{A}C + \bar{B}C + BC$$

$$S = A\bar{B} + AC + \bar{A}B + B\bar{B} + C + \bar{A}C + \bar{B}C + BC$$

$$S = A\bar{B} + \bar{A}B + C(A + 1 + \bar{A} + \bar{B} + B)$$

$$S = A\bar{B} + \bar{A}B + C$$

$$S = (A \oplus B) + C$$

4)

$$S = \overline{(\bar{A}C + B + D)} + C(\overline{ACD})$$

$$S = \overline{(\bar{A} + \bar{C} + B + D)} + C(\bar{A} + \bar{C} + \bar{D})$$

$$S = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}C + C\bar{C} + C\bar{D}$$

$$S = \bar{A}C + C\bar{D}(A\bar{B} + 1)$$

$$S = \bar{A}C + C\bar{D}$$

$$S = C(\bar{A} + \bar{D})$$

5)

$$S = \overline{[(A + B).C]} + \overline{[D.(C + B)]}$$

$$S = \overline{(A + B)} + \bar{C} + \bar{D} + \overline{(C + B)}$$

$$S = \bar{A}\bar{B} + \bar{C} + \bar{D} + \bar{C}\bar{B}$$

$$S = \bar{A}\bar{B} + \bar{D} + \bar{C}(\bar{B} + 1)$$

$$S = \bar{A}\bar{B} + \bar{C} + \bar{D}$$

6)

$$S = \overline{A}BC + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + ABC + ABC$$

$$S = \overline{A}(\overline{B}C + BC + B\overline{C}) + AB(C + \overline{C})$$

$$S = \overline{A}[C(B + \overline{B}) + B\overline{C}] + AB$$

$$S = \overline{A}[(C + B\overline{C}) + AB]$$

$$S = \overline{A}[(C + B).(C + \overline{C})] + AB$$

$$S = \overline{A}(C + B) + AB$$

$$S = \overline{A}C + \overline{A}B + AB$$

$$S = \overline{A}C + B(\overline{A} + A)$$

$$S = \overline{A}C + B$$

7)

$$S = \overline{A}B + A\overline{B} + AB$$

$$S = \overline{A}B + A(\overline{B} + B)$$

$$S = \overline{A}B + A$$

$$S = (A + \overline{A}).(A + B)$$

$$S = A + B$$

8)

$$S = \overline{[\overline{X.Y.Z}.(X + Y + Z)]}$$

$$S = \overline{(\overline{X.Y.Z}X + \overline{X.Y.Z}Y + \overline{X.Y.Z.Z})}$$

$$S = \overline{\overline{X.Y.Z}}$$

$$S = X + Y + Z$$

9)

$$S = \overline{X}.(X + Y) + \overline{Z} + ZY$$

$$S = \overline{X}X + \overline{X}Y + (\overline{Z} + Y).(\overline{Z} + Z)$$

$$S = \overline{X}Y + \overline{Z} + Y$$

$$S = \overline{Z} + Y(\overline{X} + 1)$$

$$S = \overline{Z} + Y$$

10)

$$S = (A + \bar{B} + AB).(A + \bar{B}).(\bar{A}\bar{B})$$

$$S = (A + \bar{B} + AB).(A\bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{B}\bar{B})$$

$$S = (A + \bar{B} + AB).0$$

$$S = 0$$

11)

$$S = (A + \bar{B} + A\bar{B}).(AB + \bar{A}C + BC)$$

$$S = [A + \bar{B}(1 + A)].(AB + \bar{A}C + BC)$$

$$S = (A + \bar{B}).(AB + \bar{A}C + BC)$$

$$S = AAB + A\bar{A}C + ABC + AB\bar{B} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{B}.BC$$

$$S = AB + ABC + \bar{A}\bar{B}C$$

$$S = AB(1 + C) + \bar{A}\bar{B}C$$

$$S = AB + \bar{A}\bar{B}C$$

12)

$$S = (AB + C + D).(C + \bar{D}).(C + \bar{D} + E)$$

$$S = (AB + C + D).(C + C\bar{D} + CE + C\bar{D} + \bar{D} + \bar{D}E)$$

$$S = (AB + C + D).[C(1 + \bar{D} + E + \bar{D}) + \bar{D}(1 + E)]$$

$$S = (AB + C + D).(C + \bar{D})$$

$$S = ABC + AB\bar{D} + C + C\bar{D} + CD + D\bar{D}$$

$$S = AB\bar{D} + C(AB + 1 + \bar{D} + D)$$

$$S = AB\bar{D} + C$$

13)

$$S = \bar{A}\bar{B}(\bar{D} + D\bar{C}) + (A + \bar{A}CD).B$$

$$S = \bar{A}\bar{B}[(\bar{D} + D).(\bar{D} + \bar{C})] + (AB + \bar{A}BCD)$$

$$S = \bar{A}\bar{B}(\bar{D} + \bar{C}) + AB + \bar{A}BCD$$

$$S = \bar{A}\bar{B}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + AB + \bar{A}BCD$$

$$S = B(\bar{A}\bar{D} + \bar{A}\bar{C} + A + \bar{A}CD)$$

$$S = B[A + \bar{A}(\bar{C} + \bar{D} + CD)]$$

$$S = B[A + \bar{A}(\bar{C}\bar{D} + CD)]$$

$$S = B(A + \bar{A})$$

$$S = B$$

14)

$$V = (W + X + Y).(W + \bar{X} + Y).(\bar{Y} + Z).(W + Z)$$

$$V = (W + W\bar{X} + WY + XW + X\bar{X} + XY + YW + Y\bar{X} + Y).(\bar{Y}W + \bar{Y}Z + ZW + Z)$$

$$V = [W(1 + \bar{X} + Y + X + Y) + Y(X + \bar{X} + 1)].[\bar{Y}W + Z(\bar{Y} + W + 1)]$$

$$V = (W + Y).(\bar{Y}W + Z)$$

$$V = \bar{Y}W + WZ + YZ$$

## Técnica Soma de Produtos e Técnica Produto de Somas