

TEORIA DA COMPUTAÇÃO
TESTE $\mathcal{S}_0$
HELTER SKELTER

RAUL H.C. LOPES

1. PRELIMINARES

Ao longo do restante deste curso você fará dois tipos de avaliações:

- testes curtos, identificados como $\mathcal{S}_i$, de uma hora de duração, cuja nota final será dada pela nota média de todas as questões de todos os testes realizados.
- um teste de longa duração.

Sua nota final será dada pela média das notas dos dois tipos de testes. As seguintes restrições valem em relação a este teste:

- Ele é estritamente individual.
- Ele tem duração prevista de uma hora.
- Você pode consultar seu próprio material, não sendo permitida qualquer troca de objetos entre colegas.
- Todas as questões tratam de propriedades de seqüências. Em cada questão, a nota é atribuída exclusivamente às provas de propriedades (ou refutações) associadas.

2. SEQÜÊNCIAS

Uma seqüência de elementos de um tipo A é uma seqüência vazia (denotada por λ) ou o resultado de adicionar um elemento de A a uma seqüência de elementos de A . Os axiomas a seguir definem seqüências de elementos de A , denotada $seq.A$:

- $\lambda \in seq.A$
- $(a \triangleleft x) \in seq.A$ se $x \in seq.A \wedge a \in A$
- fecho universal.

Pertinência em uma seqüência é definida a seguir.

- (1) $a \notin \lambda$
- (2) $a \in (b \triangleleft x) =. a = b \vee a \in x$

A seguir, a definição de ordenação crescente não estrita.

- (3) $(\lambda) \nearrow$
- (4) $(a \triangleleft \lambda) \nearrow$
- (5) $(a \triangleleft (b \triangleleft x)) \nearrow \text{ .} = . a \leq b \wedge (b \triangleleft x) \nearrow$

Os axiomas a seguir definem o mínimo de uma seqüência.

- (6) $a \leq b \text{ .} \Rightarrow . \min(a, b) = a$
- (7) $a > b \Rightarrow \min(a, b) = b$
- (8) $\downarrow \lambda = +\infty$
- (9) $\downarrow (a \triangleleft x) = \min(a, \downarrow x)$

3. AS QUESTÕES

Questão 1. Defina um predicado $(\bar{\wedge})$ que determine em $\mathcal{O}(n)$ se todos elementos de uma seqüência de n elementos são iguais. Prove que

$$(\forall x : x \in \text{seq}.A : \bar{\wedge} x \text{ .} = . (\forall a, b : a \in x \wedge b \in x : a = b))$$

Questão 2. Considere os seguintes axiomas:

- (10) $\text{del}(a, \lambda) = \lambda$
- (11) $a = b \text{ .} \Rightarrow . \text{del}(a, (b \triangleleft x)) = x$
- (12) $a \neq b \text{ .} = . \text{del}(a, (b \triangleleft x)) = b \triangleleft (\text{del}(a, x))$
- (13) $x = \lambda \text{ .} \Rightarrow . \text{delMin } x = \langle \rangle$
- (14) $x \neq \lambda \text{ .} \Rightarrow . \text{delMin } x = \langle \downarrow x, \text{del}(\downarrow x, x) \rangle$
- (15) $\text{sort} \text{ .} = . \hookrightarrow \text{delMin}$

Defina o operador $(\hookrightarrow)$ de modo que $(\text{sort } x)$ seja uma permutação ordenada de x e prove que

$$(\forall x : x \in \text{seq}.A : \text{sort } x. \nearrow)$$

4. WHEN I GET TO THE BOTTOM ...

When you get to the bottom
 You go back to the top of the slide
 And you stop and you turn
 And you go for a ride
 Then you get to the bottom
 Then you see me again