

TEORIA DA COMPUTAÇÃO SATISFACTION

RAUL H.C.LOPES

1. INTRODUÇÃO

Esta lista deve ser resolvida individualmente. Entregue suas respostas em folha de papel decente, preenchida a caneta.

2. NOTAÇÃO AXIOMAS

A notação de pontos de Curry, apresentada em sala e notas de aula e página 34 de [1], é utilizada para reduzir o uso de parênteses.

Uma seqüência de elementos de um tipo A é uma seqüência vazia (denotada por $\perp$) ou resultado de adicionar um elemento de A a uma seqüência de elementos de A . Os axiomas a seguir definem seqüências de elementos de A , denotada $seq.A$:

- (1) $\perp \in seq.A$
- (2) $(a \triangleleft x) \in seq.A \Leftarrow x \in seq.A \wedge a \in A$
- (3) fecho universal.

Assumindo que $x, y \in seq.A$ e que $a, b \in A$, os seguintes axiomas tratam a igualdade sobre seqüências.

- (4) $\perp \neq (a \triangleleft x)$
- (5) $(a \triangleleft x) = (b \triangleleft y) \Rightarrow a = b \wedge x = y$

O princípio da indução sobre seqüências estabelece condições para que uma propriedade P seja válida para qualquer seqüência, sendo denotado $WPI(P)$.

$$(6) \quad WPS(P) \triangleq (\forall x : x \in seq.A : \forall a : a \in A : P.x \Rightarrow P.a \triangleleft x)$$

$$(7) \quad WPI(P) \triangleq (P.\perp \wedge WPS(P)) \Rightarrow (\forall x : x \in seq.A : P.x)$$

As equações a seguir definem o operador *snoc* (denotado $\triangleright$, em oposição, logicamente ao operador *cons*, $\triangleleft$).

- (8) $\perp \triangleright a \Rightarrow a \triangleleft \perp$
- (9) $(a \triangleleft x) \triangleright b \Rightarrow a \triangleleft (x \triangleright b)$

As equações a seguir definem um operador *cat* (denotado $\smallfrown$) para concatenar duas seqüências.

$$(10) \quad \perp \smallfrown y = y$$

$$(11) \quad (a \triangleleft x) \smallfrown y = .a \triangleleft (x \smallfrown y)$$

Pertinência em uma seqüência é definida a seguir.

$$(12) \quad a \notin \perp$$

$$(13) \quad a \in (b \triangleleft x) =. a = b \vee a \in x$$

$$(14)$$

O número de elemtos de uma seqüência é definido a seguir:

$$(15) \quad \|\perp\| = 0$$

$$(16) \quad \|a \triangleleft x\| = 1 + \|x\|$$

3. SEQÜÊNCIAS

Questão 1. *Seja R uma propriedade sobre seqüências e sejam*

$$SPS(R) \triangleq \forall x, y : x, y \in seq.A \wedge \|y\| < \|x\| : R.y \Rightarrow R.x$$

$$SPI(R) \triangleq (R.\perp \wedge SPS(R)) \Rightarrow \forall x : x \in seq.A : R.x$$

Prove que

$$WPI(R) \Rightarrow SPI(R)$$

Solução.

DICAS:

- *Note que $WPI(R)$ é apenas o princípio da indução;*
- *A questão demanda, portanto provar $SPI(R)$ por indução;*
- *Isso consiste em assumir $SPS(R)$ e provar $\forall x : x \in seq.A : R(x)$ por indução.*

A prova é banal.

□

Questão 2. *Defina uma função recursiva sobre seqüências que, dadas duas seqüências x e y , ordenadas, produz uma seqüência ordenada, cujos elementos são exatamente os elementos de $x \smallfrown y$. Prove sua correção.*

Questão 3. *Use a função definida na questão 2 e construa uma função para ordenar seqüências. Prove sua correção.*

4. COMPUTABILIDADE

Questão 4. *Apresente um algoritmo para encontrar o menor circuito de Hamilton de um grafo de n vértices, assumindo que:*

- w_{ij} contém o peso da aresta (i, j) .
- cs_j representa o menor caminho que sai vértice 1, passa por todos os vértices de S e chega a j .
- seu algoritmo usa programação dinâmica, computado os cs_j para conjuntos de vértices S progressivamente maiores.

Qual a complexidade do seu algoritmo?

Solução.

DISCAS:

- Assuma a existência de um algoritmo para calcular cs_j , e ache o menor circuito hamiltoniano.
- Encontre algoritmo par cs_j .

□

Questão 5. *Apresente uma máquina de Turing que decide o conjunto dos palíndromos.*

Questão 6. *Prove que se uma linguagem L é decidível em $\mathcal{O}(f(n))$ por uma **NDTM**, então L é decidível por **TM** em $\mathcal{O}(c^{f(n)})$, para alguma constante c .*

Questão 7. *Sejam*

$$L \subseteq \{x : x \in \Sigma^*\}$$

$$\bar{L} \subseteq \{x \in \Sigma^* : x \notin L\}$$

Prove que L é recursiva se e somente se L e $\bar{L}$ são recursivamente enumeráveis.

Questão 8. *Prove que L é recursiva, então $\bar{L}$ também é.*

5. THEY THINK IT'S ALL OVER...

There's a sign on the wall
 But she wants to be sure
 'Cause you know sometimes words have two meanings.
 In a tree by the brook
 There's a songbird who sings,
 Sometimes all of our thoughts are misgiven.

Stairway to heaven, Led Zeppelin

REFERÊNCIAS

- [1] Haskell B. Curry, *Foundations of mathematical logic*, Dover Publications, Inc., 1977.