Computação Científica

Sistemas Não Lineares
Método de Newton Inexato

Lucia Catabriga

LCAD - Laboratório de Computação de Alto Desempenho
Departamento de Informática - CT/UFES

Referências

www.inf.ufes.br/~luciac

- **Barret, R, et al., ``Templates for the Solution of Linear Systems: Building Blocks for Iterative Methods'', SIAM, 1994.**
- **Shewchuk, J. R., ``An Introduction to the Conjugate Gradient Method Withuot the Agonizing Pain'', 1994.**
- Dongarra, J.J., Duff, I.S., Sorasen, D.C., Van der Vorst, H.A., Numerical LInear Algebra for High-Performance Computers, SIAM, 1998.
- Golub, G. and Van Loan, C., "Matrix Computations", The John Hopkins University Press,1993.
- Kelley C.T., "Iterative Methods for Linear and Nonlinear Equations", SIAM, 1995.
- **Saad, Y., "Iterative Methods for Sparse Linear Systems", PWS Publishing Company, 1996.**
- **White, R.E., "Computational Modeling with Methods and Analysis", 2003.**

Sistemas Não-Lineares

Equação de transferência de calor

$$-\nabla.(k(u)\nabla u) = f$$

Equação de convecção e difusão

$$Cu\nabla.u - \nabla^2 u = f$$

Formulação de Diferenças Finitas

$$F(u_1, u_2, \ldots, u_N) = \begin{bmatrix} f_1(u_1, u_2, \ldots, u_N) \\ \vdots \\ f_N(u_1, u_2, \ldots, u_N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Método de Newton Inexato - Algoritmo

1. **dados** $F, J, u^0, \tau_a, \tau_r, \eta_{max}$, **g ou** t
2. $r^0 = \|F(u^0)\|$
3. **enquanto** $\|F(u^k)\| > \tau_r\, r^0 + \tau_a$ **faça**
   - **3.1. escolher critério de parada** η_k
   - **3.2. calcular** $J(u^k)$
   - **3.3. resolver** $J(u^k)s^k = -F(u^k)$ **com toler.** η_k
   - **3.4.** $u^{k+1} = u^k + s^k$
   - **3.5. avaliar** $F(u^k)$

Critério de Papadrakakis

$$\eta_k = \min\left\{\eta_{\max}, \left(\frac{\|F(u^k)\|}{r_0}\right)^t\right\}$$

Critério de Kelley

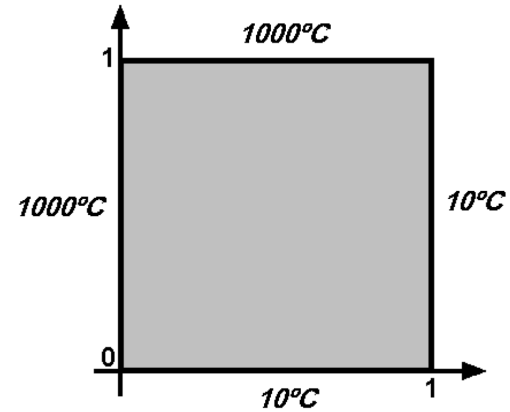
$$\eta_k = \begin{cases} \eta_{\max}, & k = 0 \\ \min\left(\eta_{\max}, \gamma \dfrac{\|F(u^k)\|^2}{\|F(u^{k-1})\|^2}\right), & k > 0 \ \ and \ \ \gamma\eta_{k-1}^2 < 0.1 \\ \min\left(\eta_{\max}, \max\left(\dfrac{\|F(u^k)\|^2}{\|F(u^{k-1})\|^2}, \gamma\eta_{k-1}^2\right)\right), & k > 0 \ \ and \ \ \gamma\eta_{k-1}^2 \geq 0.1 \end{cases}$$

Exemplo Numérico: transferência de calor com condutividade quadrática

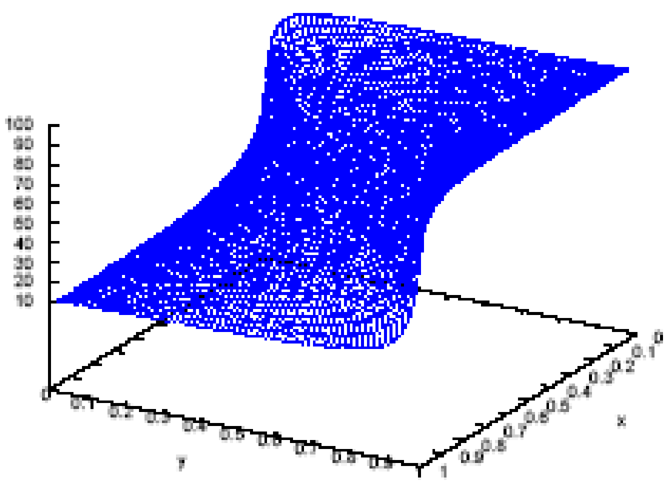
$-\nabla(k(u).\nabla u) = 0 \quad \text{em} \quad (0,1)x(0,1)$

bc: $u(x,0) = u(1,y) = 10$ e $u(x,1) = u(0,y) = 1000$

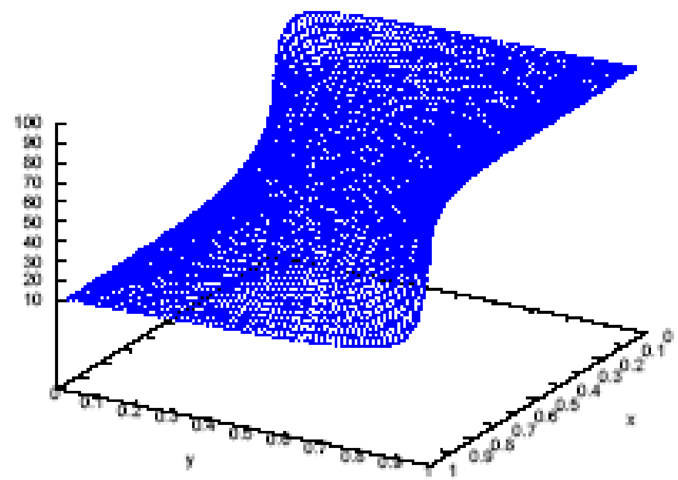
onde: $k(u) = 0.001(1 + 0.01u + 0.0002u^2)$



Mesh 64x64



LCD(10)



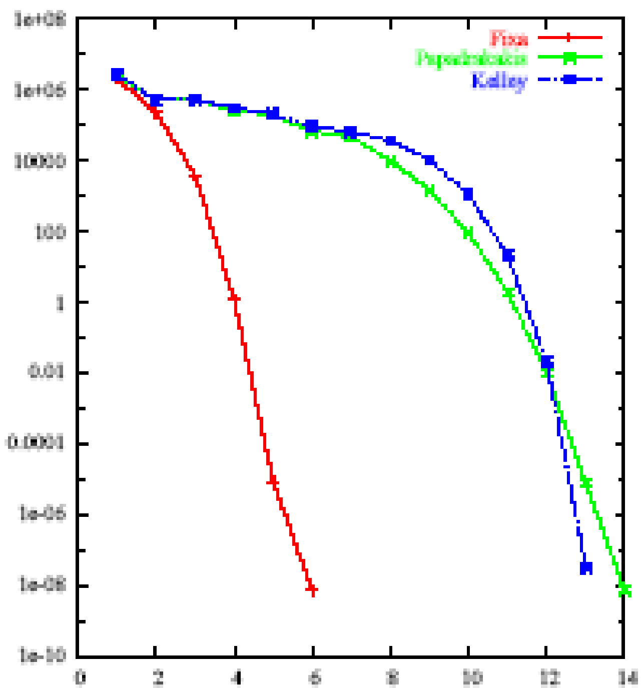
GMRES(10)

Fonte: Pessoa, Valentim, Melotti, Valli e Catabriga – ENCIT2004

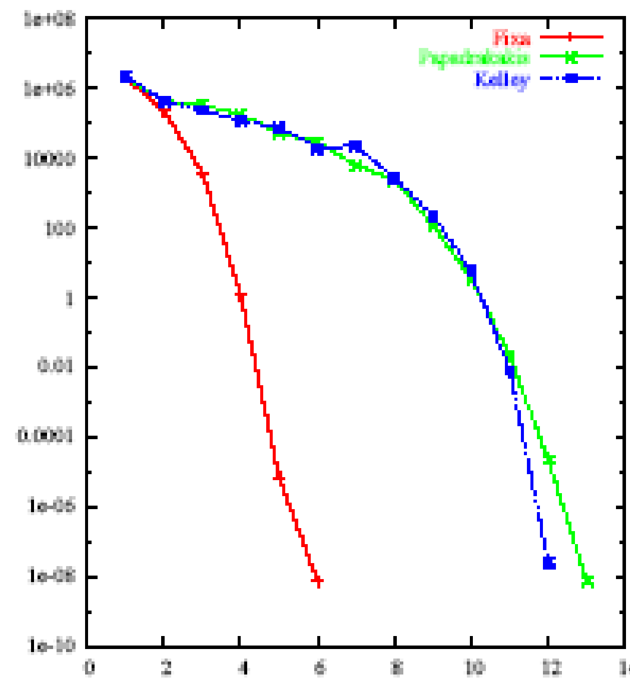
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPIRITO SANTO
DOCETE OMNES GENTES

Exemplo Numérico: transferência de calor com condutividade quadrática

Convergência



LCD(10)

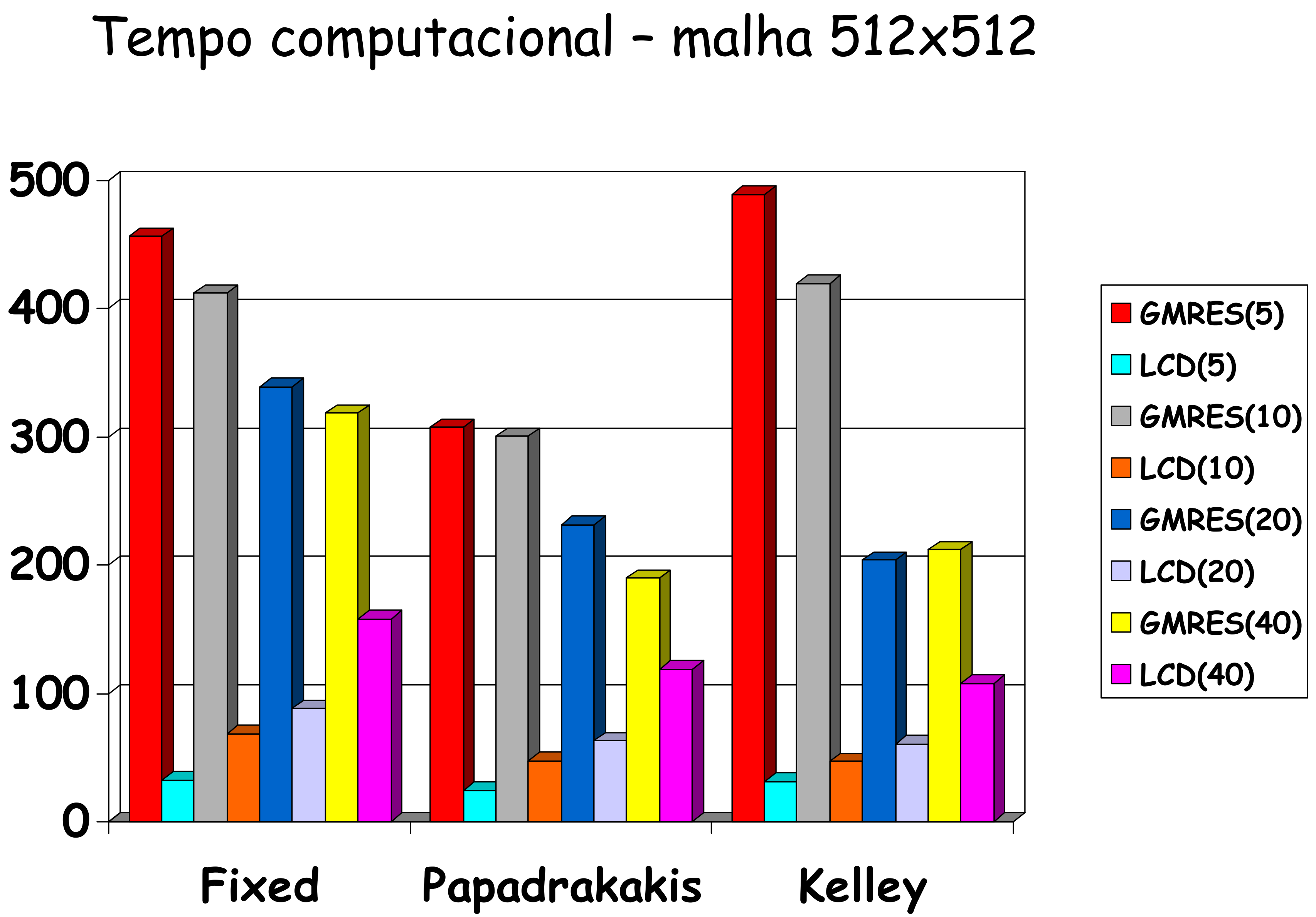


GMRES(10)

Iterações Não-Lineares x $\|F(u^k)\|$

Malha 512x512 $\eta_{fixo} = 10^{-5}$

Exemplo Numérico: tranferência de calor com condutividade quadrática

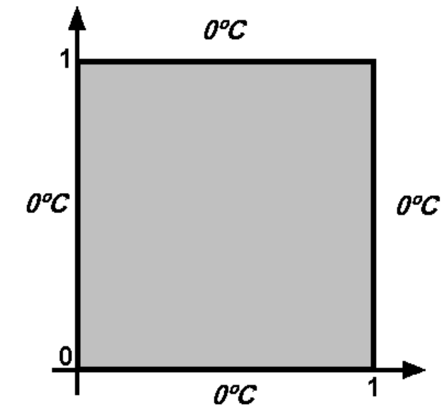


Exemplo Numérico: convecção e difusão não-linear

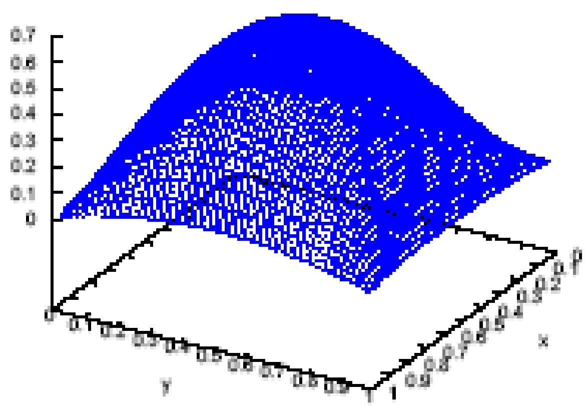
$-\nabla^2 u + 20u\nabla.u = g$ em $(0,1)x(0,1)$

bc: $u(x,0) = u(1,y) = u(x,1) = u(0,y) = 0$

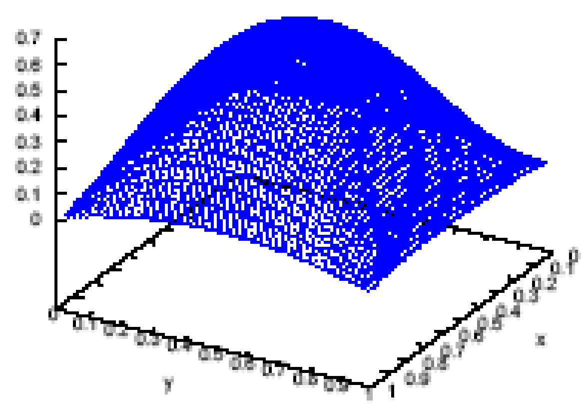
g tal que uexata= 10xy(1-x)(1-y)exp(x4.5)



Malha 64x64



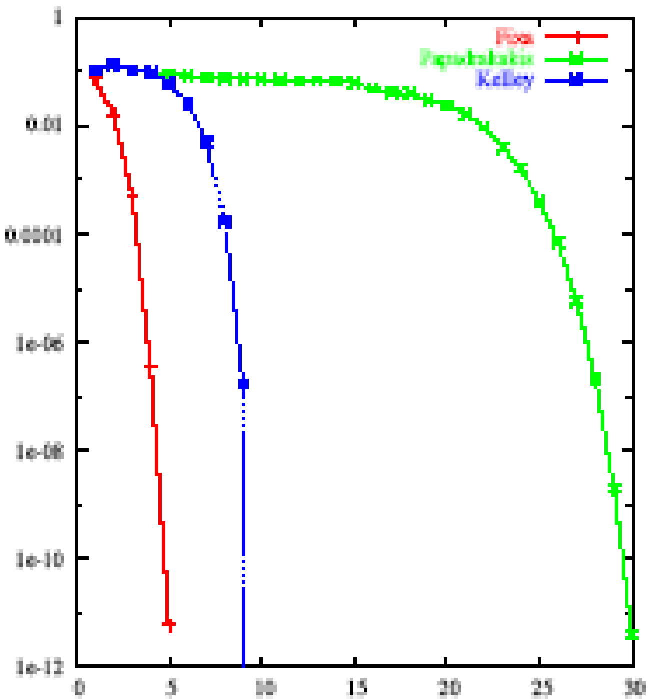
LCD(10)



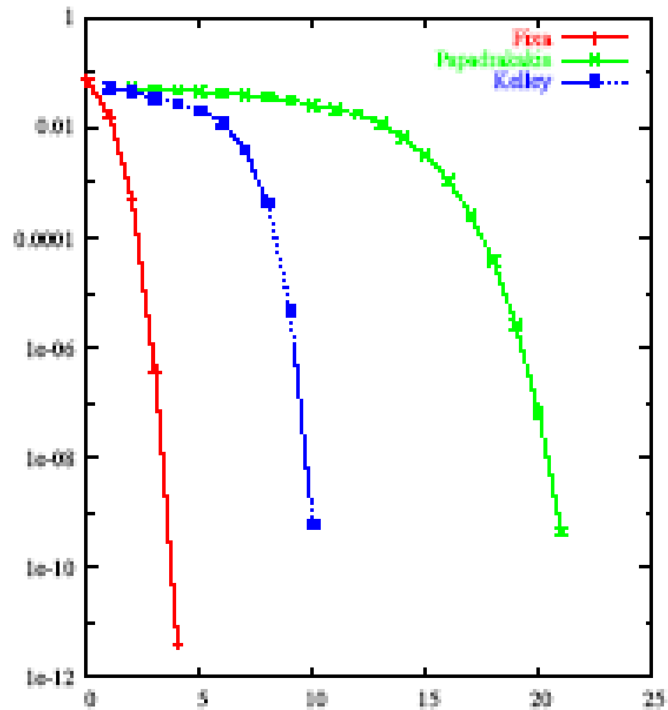
GMRES(10)

Exemplo Numérico: convecção e difusão não-linear

Convergência



LCD(10)



GMRES(10)

Iterações Não-Lineares x $\|F(u^k)\|$

Malha 512x512 $\eta_{fixo} = 10^{-5}$

Exemplo Numérico: convecção e difusão não-linear