

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO - DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA
Lista de Exercício - Programação Linear - Mestrado

1. Faça a dedução da formulação do par de problemas duais abaixo:

$$\begin{array}{ll} \min z_0 = & c^t \qquad \max w_0 = \quad ub \\ \text{s.a. } Ax \leq & b \quad \text{e} \quad \text{s.a. } uA \leq \quad c^t \\ & x \geq 0 \qquad \qquad \qquad u \leq 0 \end{array}$$

2. Apresente uma justificativa, baseada no Teorema das Folgas Complementares, para a seguinte afirmação: se a solução ótima do primal x^* é degenerada então a solução ótima u^* é degenerada ou o dual possui infinitas soluções ótimas.

3. Considere o PPL abaixo:

$$\begin{array}{ll} \max z_0 = & -x_1 - 2x_2 \\ \text{s.a.} & x_1 + 2x_2 \geq 2 \\ & 2x_1 + 4x_2 \geq 4 \\ & x_1 \text{ e } x_2 \text{ livres} \end{array}$$

- (a) Resolva pelo Método das 2 Fases ou pelo Dual-Simplex.
 (b) Escreva o dual do problema acima.
 (c) Esboce os gráficos para os 2 problemas e a solução
 (d) Com o valor de x^* ótimo, aplique o Teorema Fraco das Folgas Complementares e tente encontrar a solução ótima do dual. Explique sua resposta.
4. Falso ou Verdadeiro. Justifique.
- (a) $B^{-1}b \geq 0$ é a condição de viabilidade do primal.
 (b) $z_j - c_j \leq 0$ é a condição de viabilidade do dual.
 (c) $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_{ij} = b_i$ para $i \in \{1, \dots, m\}$ gera uma variável dual u_i livre.
 (d) Seja um problema cuja função objetivo é ilimitada no seu conjunto de soluções viáveis. Então, a função objetivo do seu dual também é ilimitada no seu conjunto de soluções viáveis.
 (e) Se o conjunto de soluções viáveis de um dos problemas do par de problemas duais for vazio então, o conjunto de soluções viáveis do outro também o é.

5. Considere o PPL

$$\begin{array}{ll} \min z_0 = & 2x_1 + x_2 + x_3 \\ \text{s.a.} & x_1 + x_2 \geq 2 \\ & \qquad \qquad \qquad x_3 \geq 5 \\ & x_1, x_2 \text{ e } x_3 \geq 0 \end{array}$$

- (a) Resolva usando o Dual-Simplex. Discuta que tipo de solução possui o problema.
- (b) Utilize o Teorema das Folgas Complementares para encontrar a solução ótima do dual e discuta que tipo de solução possui o dual.
- (c) Compare com a solução encontrada no quadro ótimo do item (a).

6. Considere o Problema de Programação Linear

$$\begin{array}{rcl}
 \min z_0 & = & -2x_1 + x_2 - x_3 \\
 \text{s.a.} & & x_1 + x_2 + x_3 \leq 6 \\
 & & -x_1 + 2x_2 \leq 4 \\
 & & x_1, x_2 \text{ e } x_3 \geq 0
 \end{array}$$

- (a) Resolva pelo Simplex.
- (b) Através dos valores ótimos das variáveis duais retirados do quadro do ótimo do item (a), faça uma análise sobre o comportamento de z_0^* quando se faz alterações nos valores do vetor independente $b^t = (6 \ 5)$ e depois para $b^t = (7 \ 4)$