



Estruturas de Dados
Aula 16:
Árvores com Número Variável
de Filhos

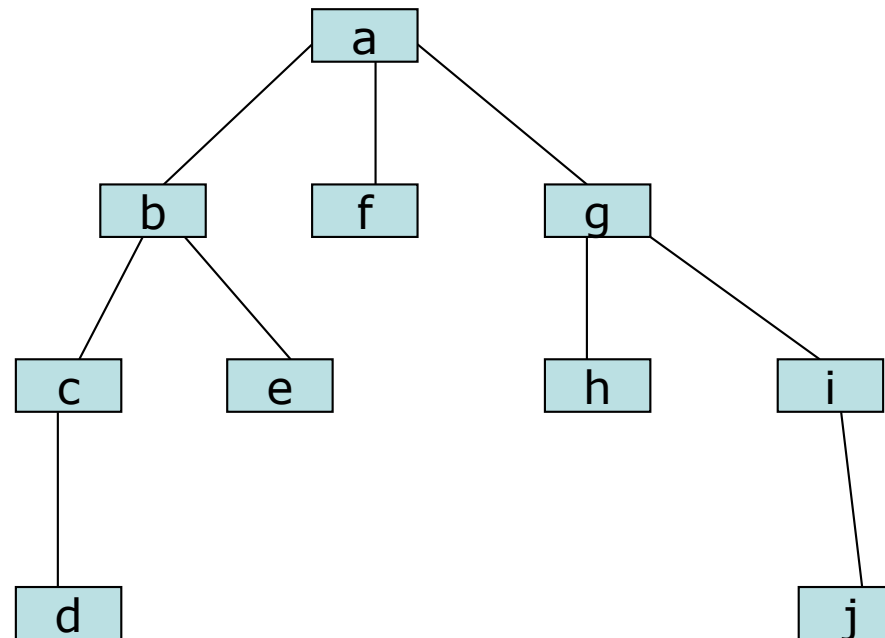
Fontes Bibliográficas

- Livros:
 - Introdução a Estruturas de Dados (Celes, Cerqueira e Rangel): **Capítulo 13;**
 - Projeto de Algoritmos (Nivio Ziviani): **Capítulo 5;**
 - Estruturas de Dados e seus Algoritmos (Szwarcfiter, et. al): **Capítulo 3;**
 - Algorithms in C (Sedgewick): **Capítulo 5;**
- Slides baseados no material da PUC-Rio, disponível em <http://www.inf.puc-rio.br/~inf1620/>.

Árvore com Número Variável de Filhos

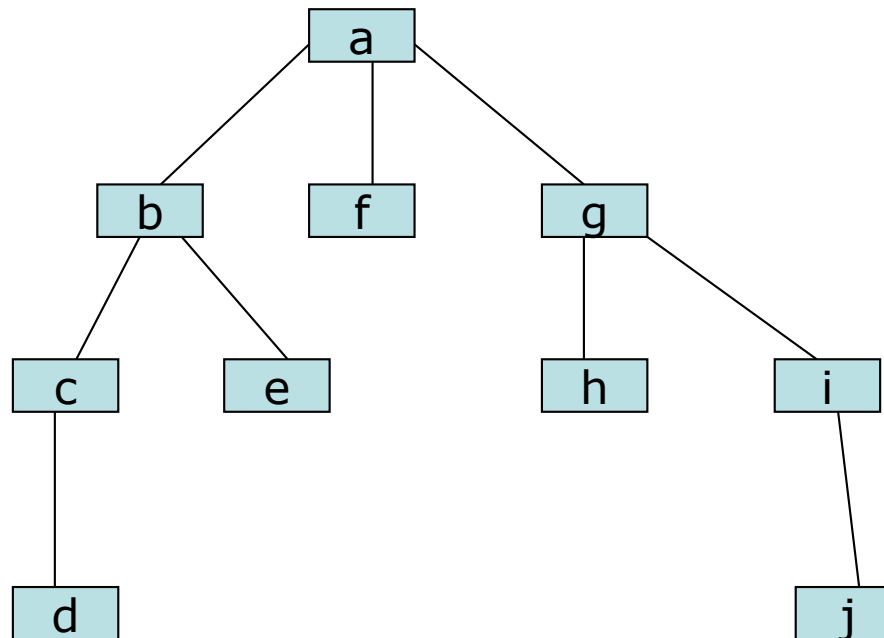


- Árvore com número variável de filhos:
 - cada nó pode ter mais do que duas sub-árvores associadas
 - sub-árvores de um nó dispostas em ordem
 - primeira sub-árvore (*sa1*),
 - segunda sub-árvore (*sa2*), etc.



Representação

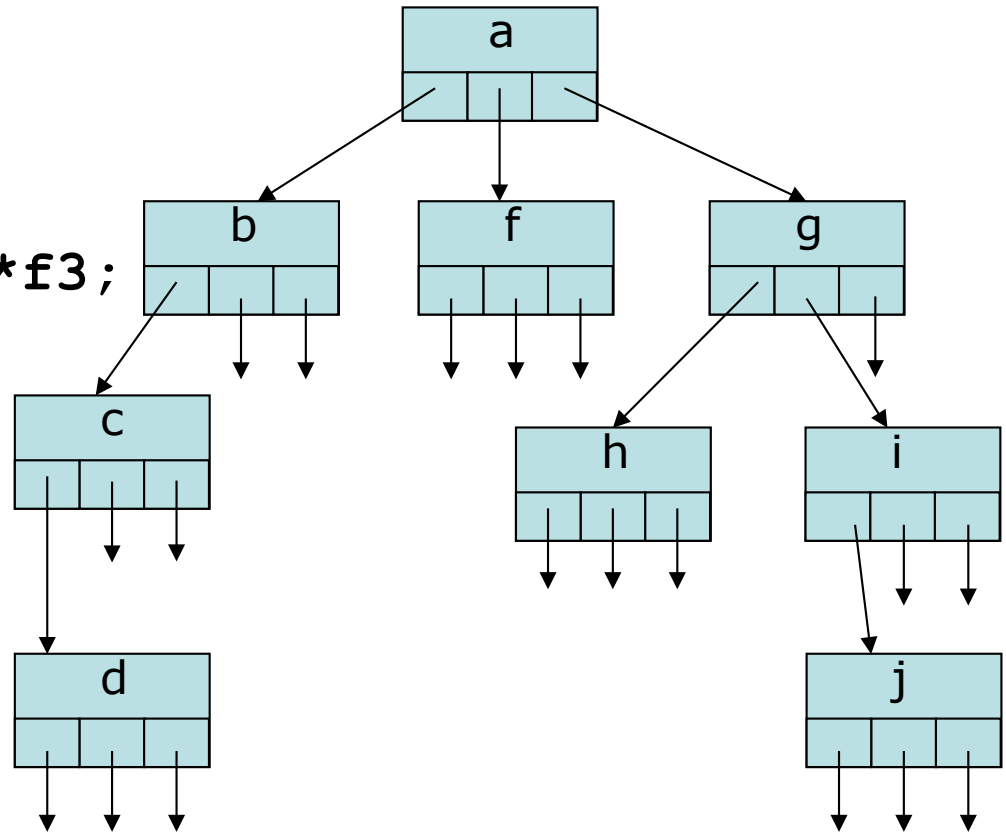
- Em formato textual
 - <raiz sa1 sa2 ... san>
- A árvore exemplo seria representado por
 - <a <b <c <d>> <e>> <f> <g <h> <i <j>>>>



Representação em C

- São possíveis várias representações em C (dependendo da aplicação)
- Por exemplo, em uma aplicação na qual sabe-se que o número máximo de filhos de um dado nó é 3:

```
struct arv3 {
    char info;
    struct arv3 *f1, *f2, *f3;
};
```



Representação em C (cont.)

- Função para imprimir

```
void arv3_imprime (Arv3* a) {
    if (a != NULL) {
        printf("<%c", a->info);
        arv3_imprime (a->f1);
        arv3_imprime (a->f2);
        arv3_imprime (a->f3);
        printf(">");
    }
}
```

- Note que não há uma maneira sistemática para acessar os nós filhos.
- Impraticável declarar um campo para cada filho (imagine uma árvore com até 100 filhos!)

Representação em C (cont.)

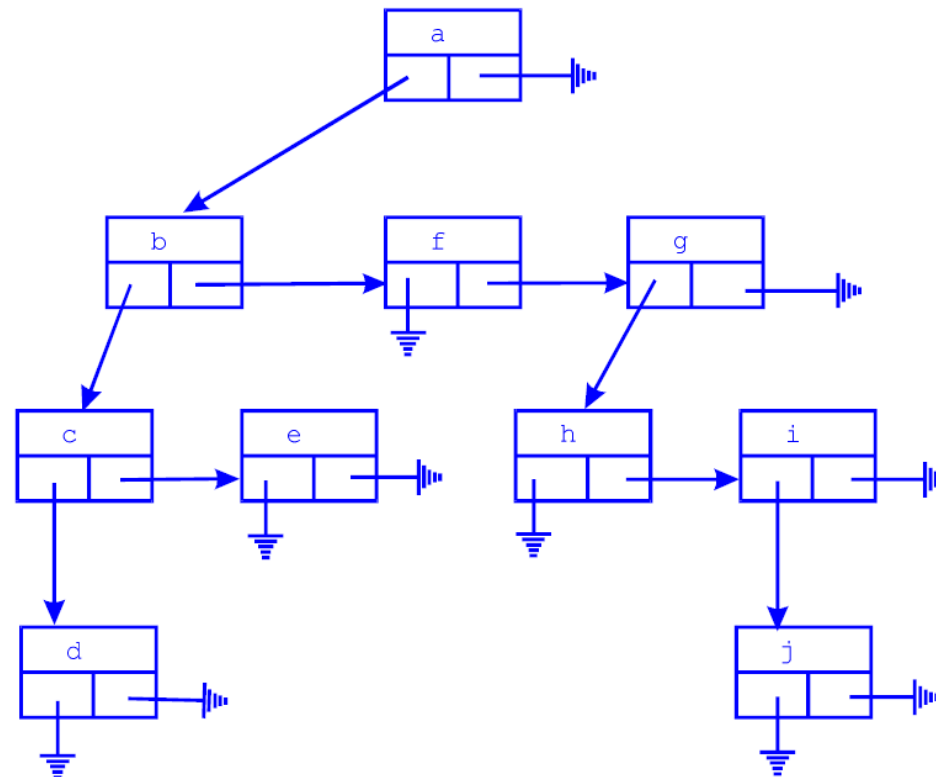
- Uma outra representação possível

```
#define N 3
struct arv3 {
    char info;
    struct arv3 *f[N];
}
void arv3_imprime (Arv3* a) {
    if (a != NULL) {
        int i;
        printf("<%c", a->info);
        for (i=0; i<N; i++)
            arv3_imprime (a->f[i]);
        printf(">");
    }
}
```

- Essa abordagem é adequada para aplicações que não se sabe o número de filhos?

Representação em C Adotada

- Adequada para representar um número variável de filhos
- Filhos de um nó são representados por uma *lista*
 - um nó aponta para o seu primeiro filho (*prim*)
 - cada filho aponta para o próximo (*prox*) irmão



Representação em C Adotada

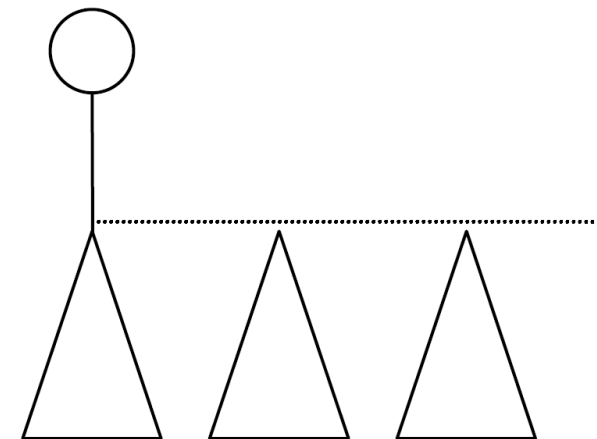
- Representação de um nó da árvore:
 - a informação propriamente dita (exemplo: um caractere)
 - ponteiro para a primeira sub-árvore filha
 - NULL se o nó for uma folha
 - ponteiro para a próxima sub-árvore irmão
 - NULL se for o último filho

```

struct arvvar {
    char info;
    struct arvvar *prim; /* ponteiro para eventual primeiro filho */
    struct arvvar *prox; /* ponteiro para eventual irmão */
};
typedef struct arvvar ArvVar;
  
```

Definição

- Para implementações recursivas, usar a seguinte definição:
- Uma árvore é composta de
 - Um nó raiz; e
 - Zero ou mais subárvores.
- Nó folha definido como nó com zero subárvores
 - Diferente da definição de folha na árvore binária (folha era nó com subárvores vazias)
- Funções não consideram o caso de árvore vazias (pré-condição)
- Condições de contorno (parada da recursão) devem considerar essa restrição



Exemplo de TADArvVar (“TadArvVar.h”)

- Conjunto de operações do TAD (usadas como exemplo)
 - Typedef struct arvvar ArvVar;
 - Cria um nó folha, dada a informação a ser armazenada
 - ArvVar* arvvar_cria (char c);
 - Insere uma nova subárvore como filha de um dado nó
 - void arvvar_insere (ArvVar* a, ArvVar* sa);
 - Percorre todos os nós e imprime suas informações
 - void arvvar_imprime (ArvVar* a);
 - Verifica a ocorrência de uma dada informação na árvore
 - int arvvar_pertence (ArvVar* a, char c);
 - Libera toda a memória alocada pela árvore
 - void arvvar_libera (ArvVar* a);

Exemplo de TADArvVar

- Conjunto de operações do TAD (usadas como exemplo)
 - Cria um nó folha, dada a informação a ser armazenada
 - aloca o nó
 - inicializa os campos, atribuindo NULL aos campos prim e prox

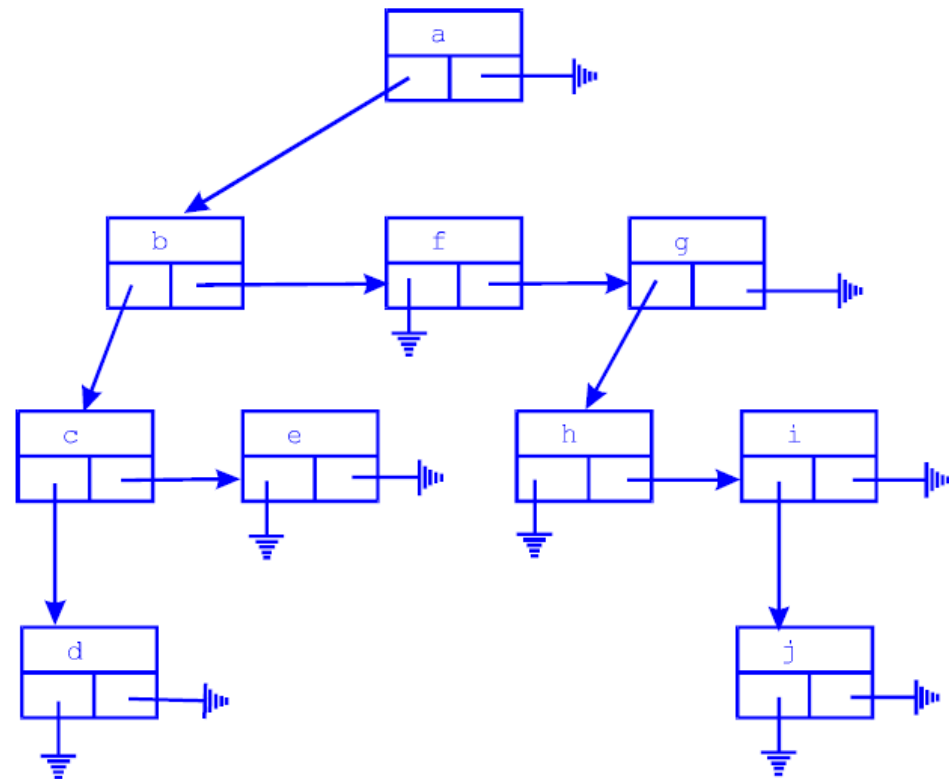
```

ArvVar* arv_v_cria (char c) {
    ArvVar *a =(ArvVar *) malloc(sizeof(ArvVar));
    a->info = c;
    a->prim = NULL;
    a->prox = NULL;
    return a;
}
  
```

Exemplo de TADArvVar

- Insere uma nova subárvore como filha de um dado nó
 - insere uma nova sub-árvore como filha de um dado nó, sempre no início da lista, por simplicidade

```
void arv_v_insere (ArvVar* a, ArvVar* sa) {
    sa->prox = a->prim;
    a->prim = sa;
}
```



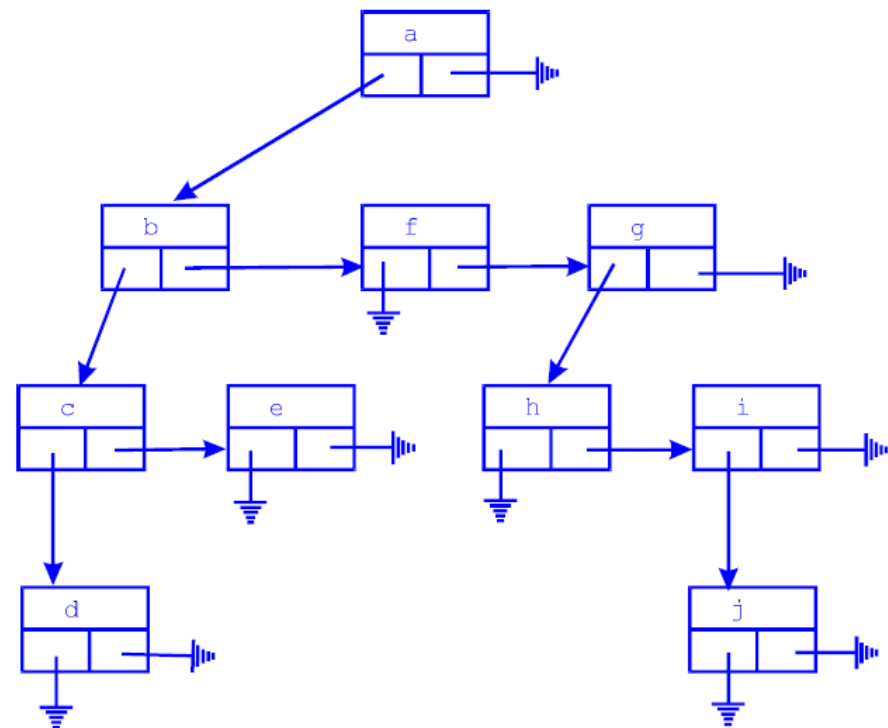
Exemplo de TADArvVar

- Percorre todos os nós e imprime suas informações
 - imprime o conteúdo dos nós em pré-ordem

```

void arv_v_imprime (ArvVar* a){
    ArvVar* p;
    printf("<%c\n",a->info);
    for (p=a->prim; p!=NULL; p=p->prox)
        arv_v_imprime(p); /* imprime filhas */
    printf(">");
}

```



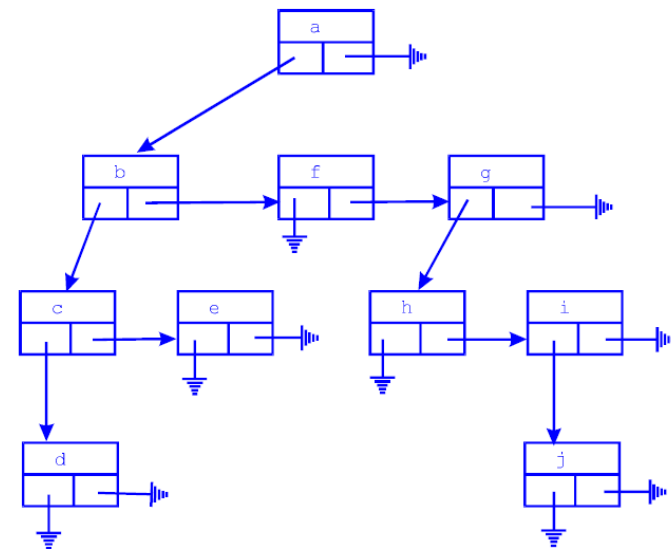
Exemplo de TADArvVar

- Verifica a ocorrência de uma dada informação na árvore

```

int arvv_pertence (ArvVar* a, char c) {
    ArvVar* p;
    if (a->info==c)
        return 1;
    else {
        for (p=a->prim; p!=NULL; p=p->prox) {
            if (arvv_pertence(p, c))
                return 1;
        }
    }
    return 0;
}

```



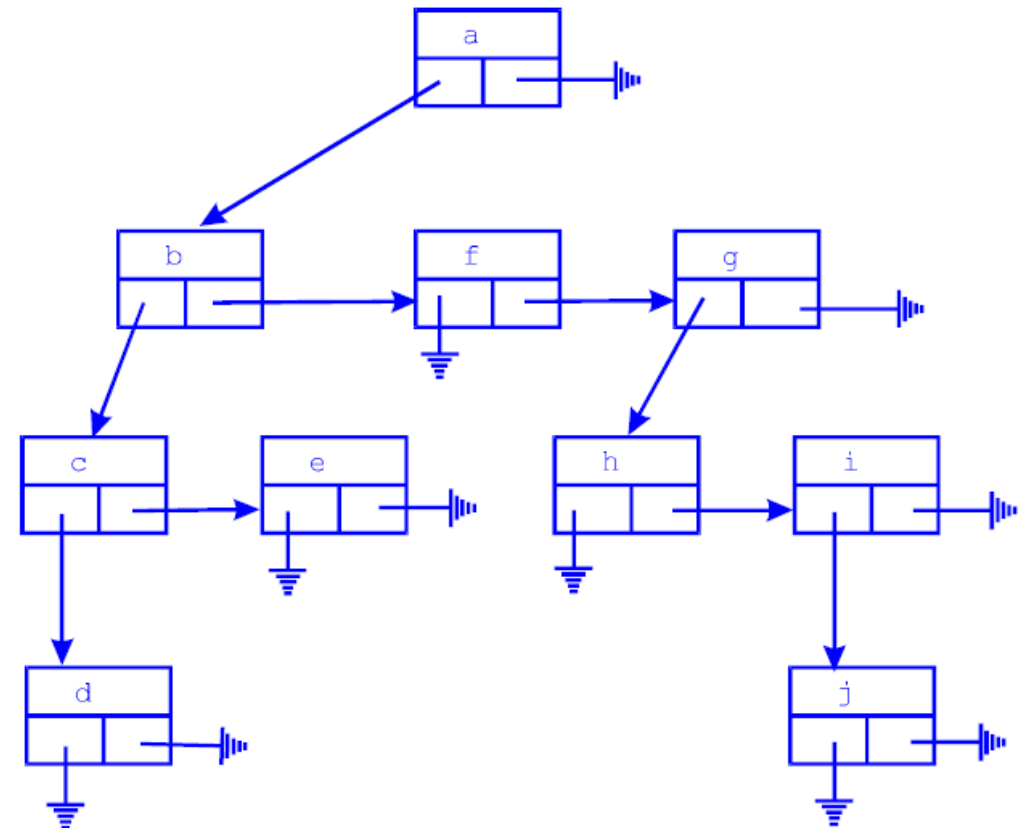
Exemplo de TADArvVar

- Libera toda a memória alocada pela árvore
 - libera a memória alocada pela árvore
 - libera as sub-árvores antes de liberar o espaço associado a um nó (libera em pós-ordem)

```

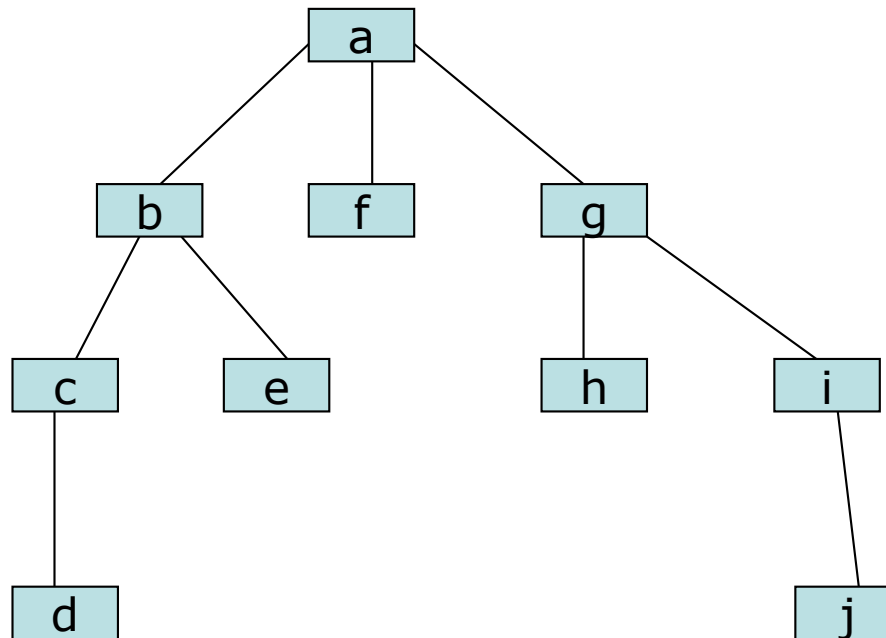
void arvv_libera (ArvVar* a) {
    ArvVar* p = a->prim;
    while (p!=NULL) {
        ArvVar* t = p->prox;
        arvv_libera(p);
        p = t;
    }
    free(a);
}

```



Altura

- nível e altura
 - (definidos de forma semelhante a árvores binárias)
- exemplo:
 - $h = 3$



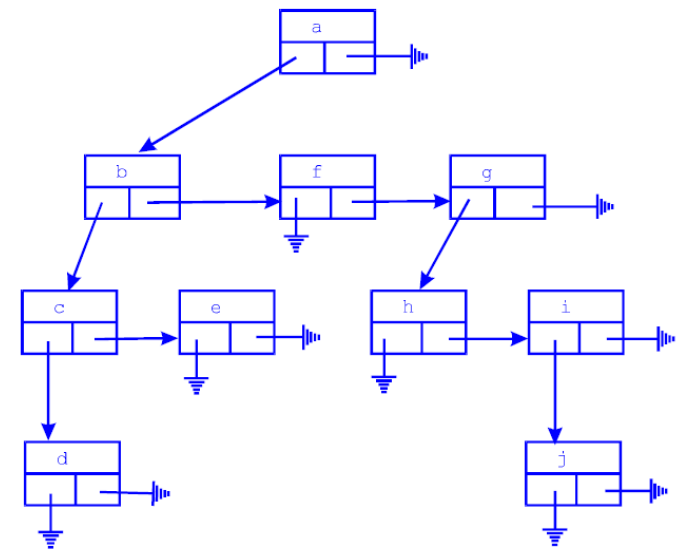
Altura

- Função `arvv_altura`
 - maior altura entre as sub-árvores, acrescido de uma unidade
 - caso o nó raiz não tenha filhos, a altura da árvore deve ser 0

```

int arvv_altura (ArvVar* a) {
    int hmax = -1;
    ArvVar* p;
    for (p=a->prim; p!=NULL; p=p->prox) {
        int h = arvv_altura(p);
        if (h > hmax)
            hmax = h;
    }
    return hmax + 1;
}

```



Exercício

- Implemente uma função que retorne a quantidade de folhas de uma árvore com número variável de filhos. Essa função deve obedecer ao protótipo:
 - `int folhas (ArvVar* a);`
- Implemente uma função que compare se duas árvores são iguais (apenas em estrutura). Essa função deve obedecer ao protótipo:
 - `int igual (ArvVar* a, ArvVar* b);`

Respostas

```

int folhas (ArvVar* a) {
    ArvVar* p;
    int n = 0;
    if (a->prim == NULL)
        return 1;
    for (p=a->prim; p!=NULL; p=p->prox) {
        n = n + folhas(p);
    }
    return n;
}

```

Respostas (cont.)

```

int igual (ArvVar* a, ArvVar* b) {
    ArvVar* p;
    ArvVar* q;
    if (a == NULL && b == NULL)
        return 1;
    if ((a==NULL && b!=NULL) || (a!=NULL && b == NULL))
        return 0;
    for (p=a->prim, q=b->prim; p!=NULL && q!=NULL; p=p->prox,
        q=q->prox) {
        if (!igual(p,q))
            return 0;
    };
    if (q!=NULL || p !=NULL)
        return 0;
    return 1;
}

```

Exercícios

- Considerando as seguintes declarações de uma árvore com número variável de filhos :

```
struct arvvar {
    int info;
    struct arvvar* prim;
    struct arvvar* prox;
};
```

```
typedef struct arvvar ArvVar;
```

- implemente uma função que, dada uma árvore, retorne a quantidade de nós que guardam valores maiores que um determinado valor x (também passado como parâmetro). Essa função deve obedecer o protótipo:

```
int maiores (ArvVar* a, int x)
```

Exercícios

- Considerando as seguintes declarações de uma árvore com número variável de filhos

```
struct arvvar {
    int info;
    struct arvvar* prim;
    struct arvvar* prox;
};
```

```
typedef struct arvvar ArvVar;
```

- implemente uma função que, dada uma árvore, retorne a quantidade de nós que possuem apenas um filho. Essa função deve obedecer o protótipo:

```
int um_filho (ArvVar* a);
```