

Introdução ao Curso de Algoritmos Numéricos I

Lucia Catabriga

Laboratório de Otimização e Modelagem Computacional (LabOtiM)
Departamento de Informática
Universidade Federal do Espírito Santo - UFES, Vitória, ES, Brasil

Sumário

- 1 Técnicas de Solução
- 2 Etapas para uma Solução Numérica
- 3 Tipos de Erros
- 4 Laboratórios e Intuições
- 5 Problemas Práticos
- 6 Programa do Curso

- **Teórica:** Utiliza informações teóricas conhecidas para obter, em geral, uma expressão explícita para a solução de um problema. Ex: $\int_{-1}^1 x \, dx = \frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^1 = 0$

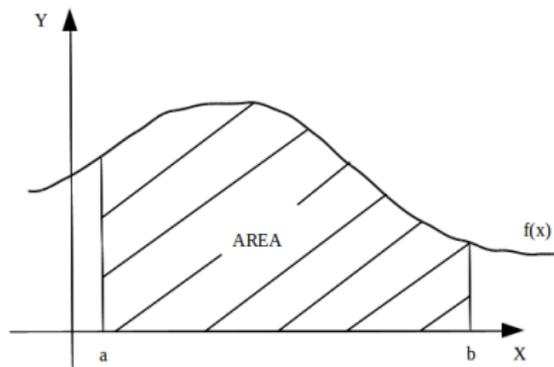
- **Teórica:** Utiliza informações teóricas conhecidas para obter, em geral, uma expressão explícita para a solução de um problema. Ex: $\int_{-1}^1 x \, dx = \frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^1 = 0$
- **Experimental:** Utiliza equipamentos de medição para simular processo físicos nas mais diversas áreas do conhecimento.

- **Teórica:** Utiliza informações teóricas conhecidas para obter, em geral, uma expressão explícita para a solução de um problema. Ex: $\int_{-1}^1 x \, dx = \frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^1 = 0$
- **Experimental:** Utiliza equipamentos de medição para simular processo físicos nas mais diversas áreas do conhecimento.
- **Numérica:** Utiliza ferramentas numéricas e computacionais para simular numericamente problemas nas mais diversas áreas do conhecimento.

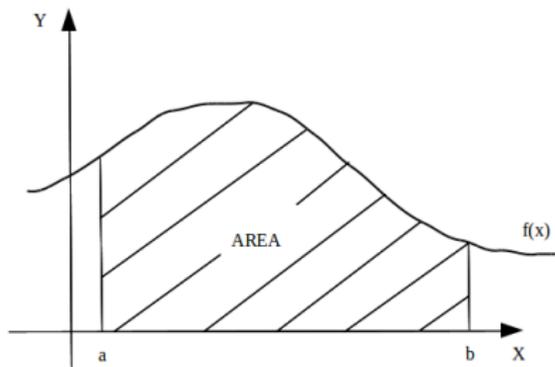
Comparação entre as três técnicas de solução [8]:

Técnica	Vantagens	Desvantagens
Teórica	mais geral fórmula fechada	restrita a geometrias e processos físicos simples geralmente restrita a problemas lineares
Experimental	mais realista	equipamento exigido problemas de escala dificuldade de medição custo operacional
Numérica	não há restrição à linearidade geometria e problemas complicados evolução temporal do processo	erros de truncamento e arredondamento custos operacionais prescrição das condições de contorno apropriadas

- **Problema Real:** Calcular a área sob uma curva.



- **Problema Real:** Calcular a área sob uma curva.

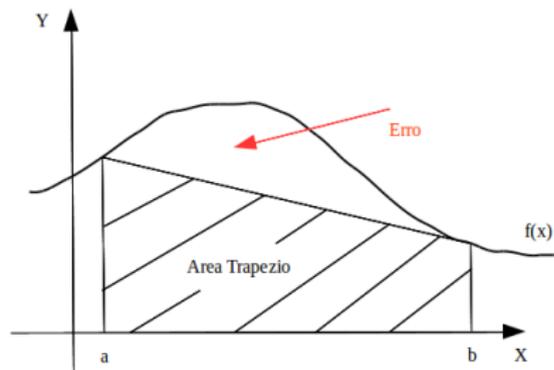


- **Modelo Matemático:**

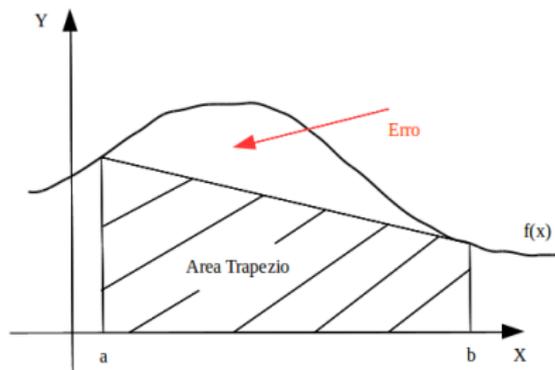
$$Area = \int_a^b f(x) dx$$

onde a , b , $f(x)$ são dados conhecidos do problema.

- Modelo Numérico:

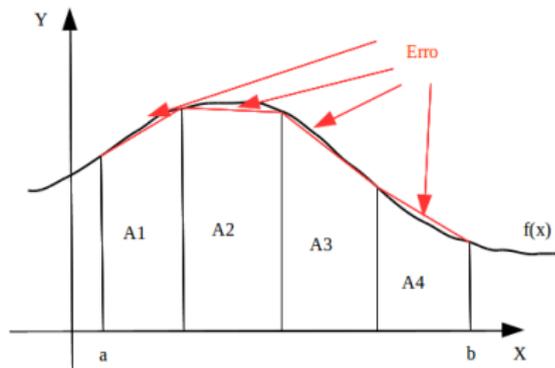


- Modelo Numérico:

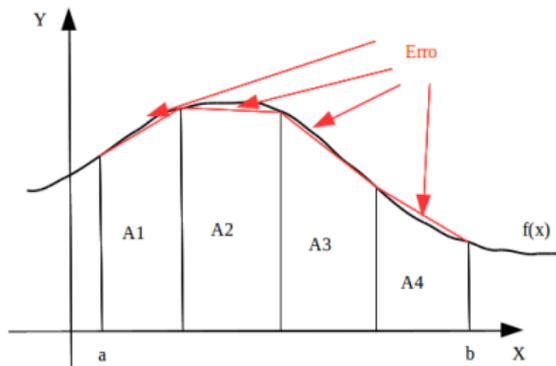


$$Area = AreaTrapezio + \textit{Erro}$$

- Modelo Numérico:



- Modelo Numérico:



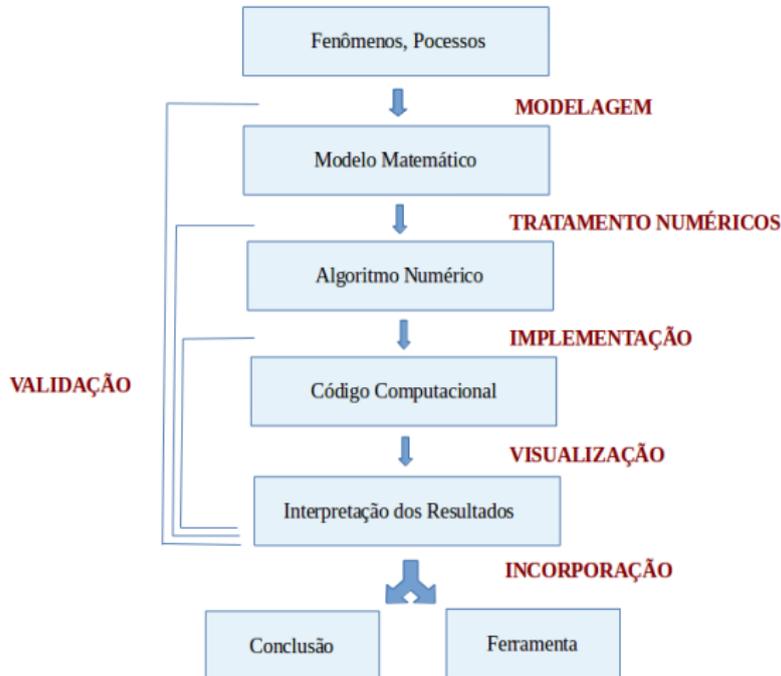
$$Area = \sum_{n=1}^4 A_n + \text{Erro}$$

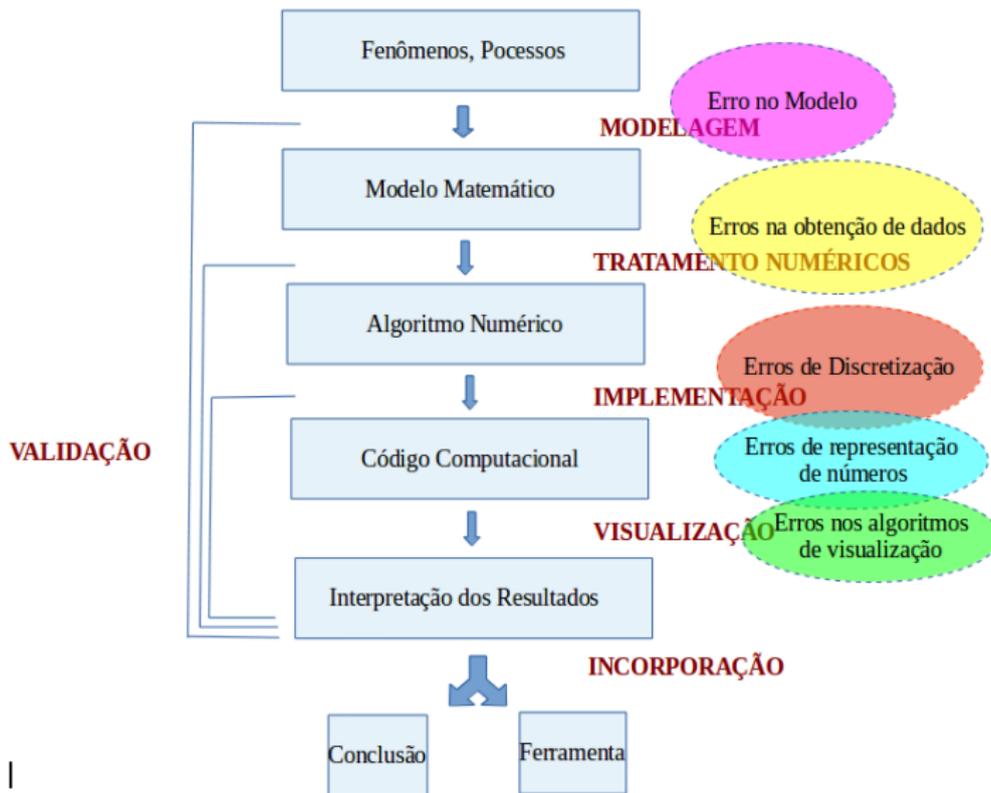
- **Modelo Computacional:** usar uma linguagem computacional (C, Fortran, C++, etc) para implementar o modelo numérico.

- **Modelo Computacional:** usar uma linguagem computacional (C, Fortran, C++, etc) para implementar o modelo numérico.
 - **Verificação do Modelo Computacional:** construir, sempre que possível, problemas com solução conhecida e verificar a acurácia da solução aproximada obtida;

- **Modelo Computacional:** usar uma linguagem computacional (C, Fortran, C++, etc) para implementar o modelo numérico.
 - **Verificação do Modelo Computacional:** construir, sempre que possível, problemas com solução conhecida e verificar a acurácia da solução aproximada obtida;
 - **Resolução de Aplicações:** obter soluções numéricas de problemas de interesse prático.

Detalhamento das etapas para a obtenção da solução numérica de um problema em engenharia:





Tipos de Erros que aparecem na modelagem numérica:

Tipos de Erros que aparecem na modelagem numérica:

- 1 Erros na Modelagem: erros obtidos pelo uso de dados experimentais errados ou pela própria representação matemática errada de um modelo físico.

Tipos de Erros que aparecem na modelagem numérica:

- 1 Erros na Modelagem: erros obtidos pelo uso de dados experimentais errados ou pela própria representação matemática errada de um modelo físico.
- 2 Erros de Truncamento: é o erro devido à aproximação de uma fórmula por outra, ou seja, quando são feitas aproximações para representar procedimentos matemáticos exatos.

Tipos de Erros que aparecem na modelagem numérica:

- 1 **Erros na Modelagem:** erros obtidos pelo uso de dados experimentais errados ou pela própria representação matemática errada de um modelo físico.
- 2 **Erros de Truncamento:** é o erro devido à aproximação de uma fórmula por outra, ou seja, quando são feitas aproximações para representar procedimentos matemáticos exatos.

Exemplo: $\text{sen}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$

Tipos de Erros que aparecem na modelagem numérica:

- 1 **Erros na Modelagem**: erros obtidos pelo uso de dados experimentais errados ou pela própria representação matemática errada de um modelo físico.
- 2 **Erros de Truncamento**: é o erro devido à aproximação de uma fórmula por outra, ou seja, quando são feitas aproximações para representar procedimentos matemáticos exatos.

Exemplo: $\text{sen}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$

- 3 **Erros de Arredondamento** (ou de **Ponto Flutuante**): é o erro causado pela imperfeição na representação de um número, ou seja, quando uma quantidade limitada de algarismos significativos são usados para representar números.

Membro:

- Laboratório de Otimização e Modelagem Computacional (LabOtiM/DI/UFES): <http://labotim.inf.ufes.br/>

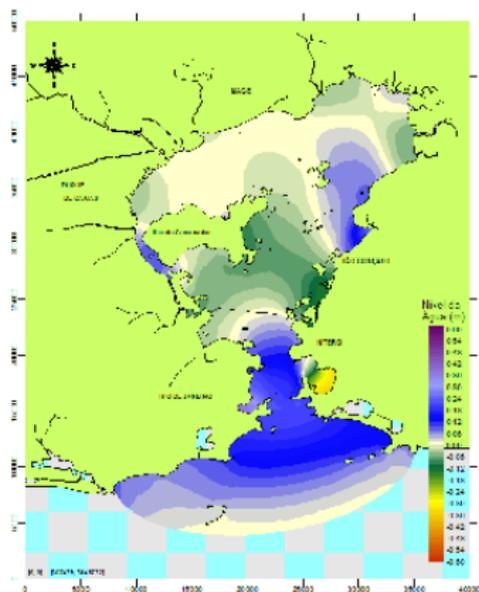
Membro:

- Laboratório de Otimização e Modelagem Computacional
(**LabOtiM**/DI/UFES): <http://labotim.inf.ufes.br/>

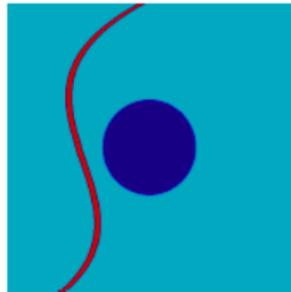
Colaborações:

- Laboratório Nacional de Computação Científica
(**LNCC**/MCTI): <http://www.lncc.br/>
- Núcleo Avançado de Computação de Alto Desempenho
(**NACAD**/COPPE/UFRJ): <http://www.nacad.ufrj.br/>

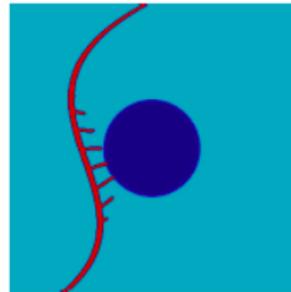
Dispersão de Poluentes na Baía de Guanabara (COPPE/UFRJ): (<http://www.sisbahia.coppe.ufrj.br/Animacao/Tsunami>)



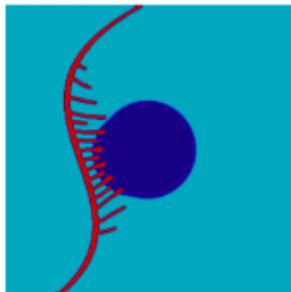
Modelagem do Crescimento Tumoral



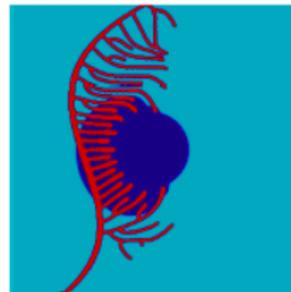
(a) Initial configuration of the vessel and tumor.



(b) The new capillary network reaches the tumor.



(c) New capillaries born in the capillary network.



(d) The capillary network involves the tumor.

Fig. 3. The formation of the new capillary network.

Escoamento em uma cavidade bidimensional

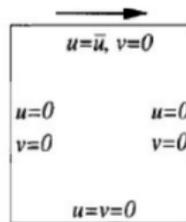
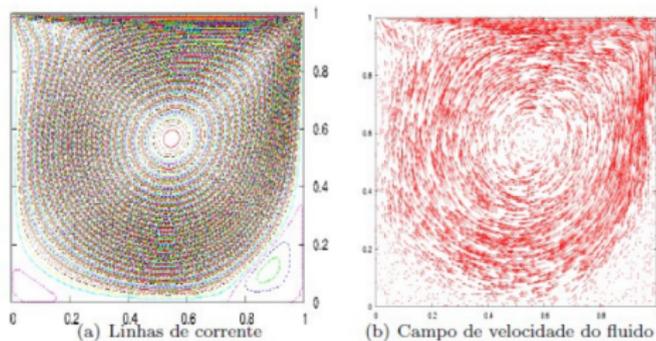


Figura 10: Escoamento em uma cavidade.



Escoamento sobre um degrau para $Re = 100, 500$ (número de Reynolds)

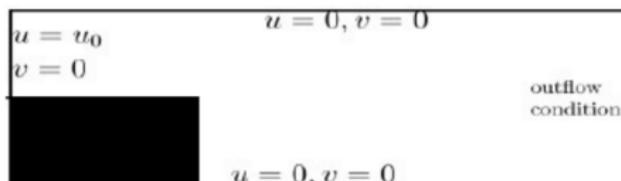
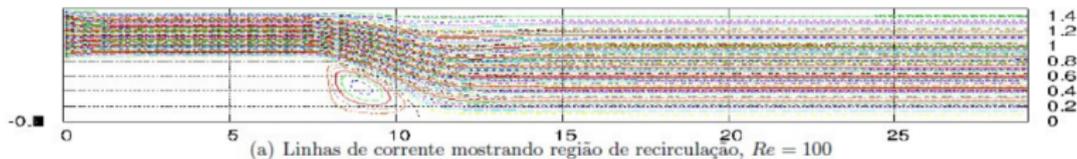
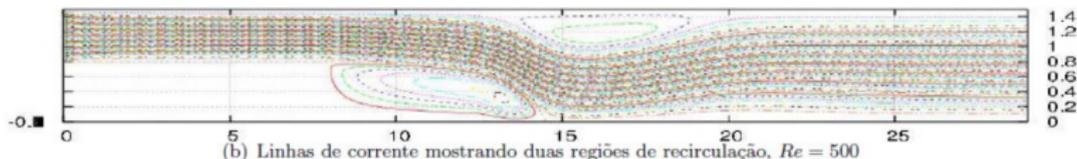


Figura 12: Escoamento sobre um degrau



(a) Linhas de corrente mostrando região de recirculação, $Re = 100$



(b) Linhas de corrente mostrando duas regiões de recirculação, $Re = 500$

Prof.: Lucia Catabriga, CT VII sala 06 - tel.: 4009 2160

homepage: www.inf.ufes.br/~luciac

email: luciac@inf.ufes.br

Ementa

Erros. Soluções de equações algébricas e transcendentais. Resolução de sistemas de equações lineares. Integração numérica. Interpolação. Ajuste de curvas. Métodos numéricos para solução de equações diferenciais.

Objetivos

Estudar e implementar algoritmos numéricos para solucionar problemas, modelados matematicamente, nas mais diversas áreas do conhecimento humano.

Programa

1. Tipos de Erros
2. Resolução de Sistemas Lineares
3. Interpolação
4. Ajuste de Curvas
5. Solução Numérica de Equações Diferenciais
6. Integração Numérica
7. Raízes de Equações

Avaliação

Serão aplicadas exercícios computacionais e provas parciais. A média parcial será calculada segundo a fórmula abaixo:

$$MP = (\text{Média Prova}) * 0.7 + (\text{Média Exercícios}) * 0.3$$

Datas Importantes

Primeira Prova: 17/10 (Quinta)

Segunda Prova: 12/12 (Quinta)

Prova Final: 17/12 (Terça)

Data	Conteúdo	Local
Ter - 13/08	Introdução / Etapas da Solução de um problema	Sala
Qui - 15/08	Erros / Aritmética de Ponto Flutuante	Sala
Ter - 20/08	Sistemas Lineares - Eliminação de Gauss	Sala
Qui - 22/08	Sistemas Lineares - Pivoteamento e Decomposição LU	Sala
Ter - 27/08	Sistemas Lineares e Octave	LabGrad
Qui - 29/08	Sistemas Lineares - Mal Condicionamento, Matrizes Esparsas	LabGrad
Ter - 03/09	Sistemas Lineares - Métodos Iterativos	Sala
Qui - 05/09	Sistemas Lineares - Métodos Iterativos, Matrizes Esparsas	LabGrad
Ter - 10/09	Interpolação Polinomial - Forma Lagrange	Sala
Qui - 12/09	Interpolação Polinomial - Forma de Newton, Análise de erros	Sala
Ter - 17/09	Interpolação Polinomial e Octave	LabGrad
Qui - 19/09	Interpolação Polinomial e Octave	LabGrad
Ter - 24/09	Interpolação Polinomial - Análise de erros	Sala
Qui - 26/09	Ajuste de Curvas - Método dos Quadrados Mínimos (Linear)	Sala
Ter - 01/10	Ajuste de Curvas - Método dos Quadrados Mínimos (Linear)	Sala
Qui - 03/10	Ajuste de Curvas - Caso não linear, Qualidade do Ajuste	Sala
Ter - 08/10	Ajuste de Curvas e Octave	LabGrad
Qui - 10/10	Ajuste de Curvas e Octave	LabGrad
Ter - 15/10	Aula "Tira Dúvidas"	Sala
Qui - 17/10	1a. Prova	Sala

Data	Conteúdo	Local
Ter - 22/10	Problemas de valor no contorno (1D) - Diferenças Finitas	Sala
Qui - 24/10	Problemas de valor no contorno (1D) - Diferenças Finitas	Sala
Ter - 29/10	PVC (1D) - Diferenças Finitas	LabGrad
Qui - 31/10	Problemas de valor no contorno (2D) - Diferenças Finitas	Sala
Ter - 05/11	Problemas de valor no contorno (2D) - Diferenças Finitas	Sala
Qui - 07/11	PVC (2D) - Diferenças Finitas	LabGrad
Ter - 12/11	Problema de valor inicial - Métodos de Runge-Kutta	Sala
Qui - 14/11	Problema de valor inicial - Métodos de Runge-Kutta	Sala
Ter - 19/11	Integração Numérica - Fórmulas de Newton Cotes	Sala
Qui - 21/11	Integração Numérica - Quadratura Gaussiana	Sala
Ter - 26/11	Integração Numérica	Sala
Qui - 28/11	Raízes de funções - Isolamento de raízes, Método da Bisseção	Sala
Ter - 03/12	Raízes de funções - Método de Newton e Secante	Sala
Qui - 05/12	Raízes de funções	Sala
Ter - 10/12	Aula "Tira Dúvidas"	Sala
Qui - 12/12	2a. Prova	Sala
Ter - 17/12	Prova Final	Sala

Bibliografia Básica

1. CHAPRA, Steven C.; CANALE, Raymond P. Métodos numéricos para engenharia - 5. ed. - São Paulo: McGraw-Hill, 2008.
2. CAMPOS, Frederico Ferreira. Algoritmos numéricos - 2. ed. - Rio de Janeiro: LTC, 2007.
3. RUGGIERO, Márcia A. Gomes; LOPES, Vera Lúcia da Rocha. Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais - 2. ed. - São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2013.

Bibliografia Complementar

1. FRANCO, Neide Maria Bertoldi. Cálculo numérico. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.
2. CUNHA, M. Cristina C. Métodos numéricos - 2. ed. rev. e ampl. - Campinas: Ed. da Unicamp, 2003.
3. KIUSALAAS, Jaan. Numerical methods in engineering with MATLAB. Cambridge University Press New York, NY, USA, 2005.
4. CLÁUDIO, Dalcídio Moraes; MARINS, Jussara Maria. Cálculo Numérico Computacional. Editora Atlas, 1994.
5. SPERANDIO, Décio; MENDES, João Teixeira; SILVA, Luiz Henry Monken e. Cálculo numérico: características matemáticas e computacionais dos métodos numéricos. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2003.