Estruturas de Informação
Aula 17:
Árvores com Número Variável de Filhos

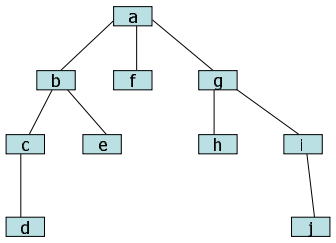
12/06/2008

Fontes Bibliográficas

- Livros:
  - Introdução a Estruturas de Dados (Celes, Cerqueira e Rangel): Capítulo 13;
  - Projeto de Algoritmos (Nivio Ziviani): Capítulo 5;
  - Estruturas de Dados e seus Algoritmos (Szwarefiter, et. al): Capítulo 3;
  - Algorithms in C (Sedgewick): Capítulo 5;
- Slides baseados no material da PUC-Rio, disponível em http://www.inf.puc-rio.br/~inf1620/.

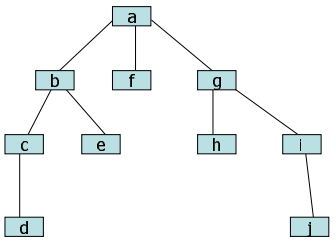
Árvore com Número Variável de Filhos

- Árvore com número variável de filhos:
  - cada nó pode ter mais do que duas sub-árvores associadas
  - sub-árvores de um nó dispostas em ordem
    - primeira sub-árvore (*sa1*),
    - segunda sub-árvore (*sa2*), etc.



Representação

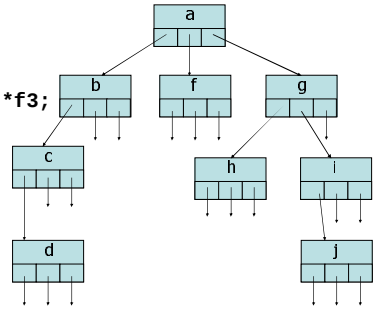
- Em formato textual
  - <raiz sa1 sa2 ... san>
- A árvore exemplo seria representado por
  - <a <b <c <d>> <e>> <f> <g <h> <i <j>>>>



Representação em C

- São possíveis várias representações em C (dependendo da aplicação)
- Por exemplo, em uma aplicação na qual sabe-se que o número máximo de filhos de um dado nó é 3:

```
struct arv3 {
  char info;
  struct arv3 *f1, *f2, *f3;
};
```



Representação em C (cont.)

- Função para imprimir

```
void arv3_imprime (Arv3* a) {
  if (a != NULL){
   printf("<%c", a->info);
   arv3_imprime (a->f1);
   arv3_imprime (a->f2);
   arv3_imprime (a->f3);
   printf(">");
  }
}
```

- Note que não há uma maneira sistemática para acessar os nós filhos.
- Impraticável declarar um campo para cada filho (imagine uma árvore com até 100 filhos!)

Representação em C (cont.)

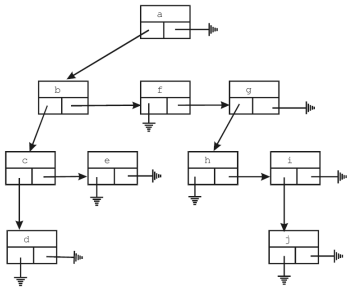
- Uma outra representação possível

```
#define N 3
struct arv3 {
  char info;
  struct no *f[N];
}
void arv3_imprime (Arv3* a){
  if (a != NULL){
   int i;
   printf("<%c", a->info);
   for (i=0l i<N; i++)
     arv3_imprime (a->f[i]);
   printf(">");
} }
```

- Essa abordagem é adequada para aplicações que não se sabe o número de filhos?

Representação em C Adotada

- Adequada para representar um número variável de filhos
- Filhos de um nó são representados por uma *lista*
  - um nó aponta para o seu primeiro filho (*prim*)
  - cada filho aponta para o próximo (*prox*) irmão



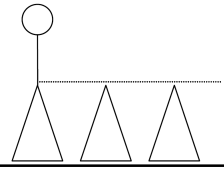
Representação em C Adotada

- Representação de um nó da árvore:
  - a informação propriamente dita (exemplo: um caractere)
  - ponteiro para a primeira sub-árvore filha
    - NULL se o nó for uma folha
  - ponteiro para a próxima sub-árvore irmão
    - NULL se for o último filho

```
struct arvvar {
  char info;
  struct arvvar *prim; /* ponteiro para eventual primeiro filho */
  struct arvvar *prox; /* ponteiro para eventual irmão */
};
typedef struct arvvar ArvVar;
```

Definição

- Para implementações recursas, usar a seguinte definição:
- Uma árvore é composta de
  - Um nó raiz; e
  - Zero ou mais subárvores.
- Nó folha definido como nó com zero subárvores
  - Diferente da definição de folha na árvore binária (folha era nó com subárvores vazias)
- Funções não consideram o caso de árvore vazias (pré-condição)
- Condições de contorno (parada da recursão) devem considerar essa restrição



Exemplo de TADArvVar

- Conjunto de operações do TAD (usadas como exemplo)
  - Typedef struct arvvar ArvVar;
  - Cria um nó folha, dada a informação a ser armazenada
    - ArvVar* arvv_cria (char c);
  - Insere uma nova subárvore como filha de um dado nó
    - void arvv_insere (ArvVar* a, ArvVar* sa);
  - Percorre todos os nós e imprime suas informações
    - void arvv_imprime (ArvVar* a);
  - Verifica a ocorrência de uma dada informação na árvore
    - int arvv_pertence (ArvVar* a, char c);
  - Libera toda a memória alocada pela árvore
    - void arvv_libera (ArvVar* a);

Exemplo de TADArvVar

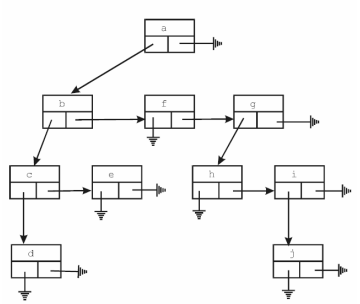
- Conjunto de operações do TAD (usadas como exemplo)
  - Cria um nó folha, dada a informação a ser armazenada
    - aloca o nó
    - inicializa os campos, atribuindo NULL aos campos prim e prox

```
ArvVar* arvv_cria (char c) {
  ArvVar *a =(ArvVar *) malloc(sizeof(ArvVar));
  a->info = c;
  a->prim = NULL;
  a->prox = NULL;
  return a;
}
```

Exemplo de TADArvVar

- Insere uma nova subárvore como filha de um dado nó
  - insere uma nova sub-árvore como filha de um dado nó, sempre no início da lista, por simplicidade

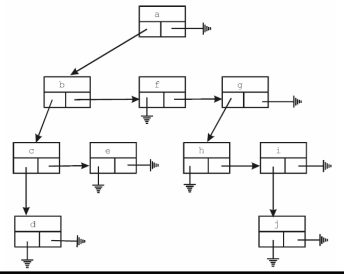
```
void arvv_insere (ArvVar* a, ArvVar* sa) {
  sa->prox = a->prim;
  a->prim = sa;
}
```



Exemplo de TADArvVar

- Percorre todos os nós e imprime suas informações
  - imprime o conteúdo dos nós em pré-ordem

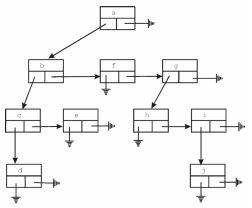
```
void arvv_imprime (ArvVar* a){
  ArvVar* p;
  printf("<%c\n",a->info);
  for (p=a->prim; p!=NULL; p=p->prox)
      arvv_imprime(p); /* imprime filhas */
  printf(">");
}
```



Exemplo de TADArvVar

- Verifica a ocorrência de uma dada informação na árvore

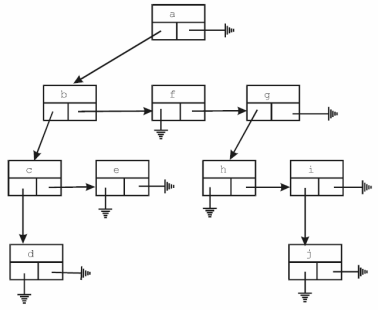
```
int arvv_pertence (ArvVar* a, char c) {
    ArvVar* p;
    if (a->info==c)
       return 1;
    else {
        for (p=a->prim; p!=NULL; p=p->prox) {
           if (arvv_pertence(p, c))
              return 1;
        }
    }
    return 0;
}
```



Exemplo de TADArvVar

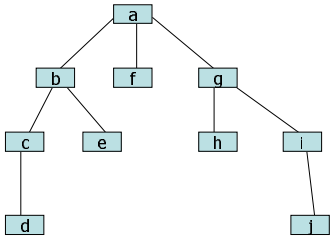
- Libera toda a memória alocada pela árvore
  - libera a memória alocada pela árvore
  - libera as sub-árvores antes de liberar o espaço associado a um nó (libera em pós-ordem)

```
void arvv_libera (ArvVar* a) {
    ArvVar* p = a->prim;
    while (p!=NULL) {
        ArvVar* t = p->prox;
        arvv_libera(p);
        p = t;
    }
    free(a);
}
```



Altura

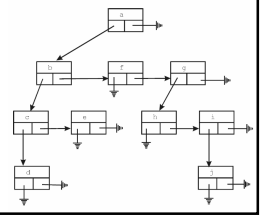
- nível e altura
  - (definidos de forma semelhante a árvores binárias)
- exemplo:
  - h = 3



Altura

- Função arvv_altura
  - maior altura entre as sub-árvores, acrescido de uma unidade
  - caso o nó raiz não tenha filhos, a altura da árvore deve ser 0

```
int arvv_altura (ArvVar* a) {
  int hmax = -1; /* -1 para arv. sem filhos */
  ArvVar* p;
  for (p=a->prim; p!=NULL; p=p->prox) {
      int h = arvv_altura(p);
      if (h > hmax)
        hmax = h;
  }
  return hmax + 1;
}
```



Exercício

- Implemente uma função que retorne a quantidade de folhas de uma árvore com número variável de filhos. Essa função deve obedecer ao protótipo:
  - int folhas (ArvVar* a);
- Implemente uma função que compare se duas árvores são iguais. Essa função deve obedecer ao protótipo:
  - int igual (ArvVar* a, ArvVar* b);

Respostas

```
int folhas (ArvVar* a) {
   ArvVar* p;
   int n = 0;
   if (a->prim == NULL)
        return 1;
   for (p=a->prim; p!=NULL; p=p->prox) {
        n = n + folhas(p);
   }
   return n;
}
```

Respostas (cont.)

```
int igual (ArvVar* a, ArvVar* b) {
   ArvVar* p;
   ArvVar* q;
   if (a == NULL && b == NULL)
       return 1;
   for (p=a->prim, q=b->prim; p!=NULL && q!=NULL;
   p=p->prox, q=q->prox) {
       if (!igual(p,q))
          return 0;
   };
   return 1;
}
```

Exercícios

- Considerando as seguintes declarações de uma árvore genérica

```
struct arvgen {
   int info;
   struct arvgen* primeiro_filho;
   struct arvgen* proximo_irmao;
};
typedef struct arvgen ArvGen;
```

- implemente uma função que, dada uma árvore, retorne a quantidade de nós que possuem apenas um filho. Essa função deve obedecer o protótipo:

```
int um_filho (ArvGen* a);
```

Exercícios

- Considerando as seguintes declarações de uma árvore genérica:

```
struct arvgen {
   int info;
   struct arvgen* primeiro_filho;
   struct arvgen* proximo_irmao;
};
typedef struct arvgen ArvGen;
```

- implemente uma função que, dada uma árvore, retorne a quantidade de nós que guardam valores maiores que um determinado valor x (também passado como parâmetro). Essa função deve obedecer o protótipo:

```
int maiores (ArvGen* a, int x)
```