UFES - Centro Tecnológico - Departamento de Informática

Curso de Teoria das Filas Aplicadas à Computação -

Série de Exercícios número 1

1. Usando a notação de Teoria dos Conjuntos, descreva o espaço amostral dos seguintes experimentos:

1.1 lançamento de uma moeda;
1.2 lançamento de um dado;
1.3 lançamneto de duas moedas;
1.4 lançamento de dois dados;
1.5 vida útil de um carro;
1.6 tempo até a chegada do primeiro freguês do dia na "Laser Disco".

2. Usando a mesma notação, descreva os seguintes eventos correspondentes,respectivamente, aos espaços amostrais definidos no exercício anterior:

2.1 "cara";
"coroa";
2.2 par;
maior que 3;
2.3 "cara" na primeira moeda;
2.4 soma igual a 7;
2.5 vida útil compreendida entre 2 e 6 anos;
2.6 não chegar freguês durante o primeito quarto de hora do dia.

3. Usando a mesma notação, descreva a união dos pares de eventos definidos nos itens 2.1 e 2.2.

4. Usando a mesma notação, descreva a interseção dos pares de eventos definidos nos itens 2.1 e 2.2.

5. Sendo E um evento definido no espaço amostral S, identifique os seguintes eventos:

5.1 $E \cup \overline{E}$

5.2 $E \cap \overline{E}$

5.3 $\overline{S}$

5.4 $\overline{\emptyset}$

6. Usando a mesma notação, descreva o evento complementar dos eventos definidos nos itens 2.1 e 2.2.

7. Uma moeda "viciada" é tal que a ocorrência de "cara" é duas vezes mais provável que a de "coroa".Calcule a probabilidade do evento "cara".

8. Se um dado não é "viciado", calcule a probabilidade do evento "par".

9. No experimento descrito como "lançamento de duas moedas honestas", calcule a probabilidade de cada um dos seguintes eventos:

9.1 obtenção de "cara" na primeira moeda;
9.2 obtenção de "cara" na segunda moeda;
9.3 obtenção de "cara" na primeira ou na segunda moeda;
9.4 obtenção de pelo menos uma "cara";
9.5 não ocorrência de"coroa" em ambas as moedas;

10. Uma família tem duas crianças. Qual a probabilidade condicionada de ambas serem do sexo masculino, dado que pelo memos uma delas é do sexo masculino? Considere que ambos os sexos são igualmente prováveis.

11. Isabel pode fazer o curso de Controle Automático II ou Teoria das Filas Aplicadas à Computação.Se ela fizer o curso de Controle Automático II, a probabilidade de ser aprovada é 1/3, enquanto se fizer o de Teoria das Filas, essa probabilidade é de 1/2.Isabel decide basear sua decisão mediante o lançamento de uma moeda honesta.Qual a probabilidade de Isabel ser aprovada em Teoria das Filas?

12. Dois dados honestos são lançados e os seguintes eventos são definidos:

E = a soma dos dois resultados é 6;
F = o resultado do primeiro dado é 4;
G = a soma dos dois resultados é 7.

Verifique se os seguintes pares de eventos são independentes:

12.1 E e F;
12.2 F e G;

13. Uma bola é extraída aleatoriamente de uma urna que contém quatro bolas, numeradas de 1 a 4.Os eventos seguintes são definidos levando em conta o número da bola extraída:

E = {1,2} F = {1,3} G = {1,4}

Verifique se os seguintes eventos são independentes:

13.1 E e F;
13.2 F e G;

13.3 E e G;
13.4 E,F e G.

14. Considere duas urnas.A primeira contém duas bolas brancas e sete vermelhas, e a segunda contém, cinco bolas brancas e seis vermelhas.Lança-se uma moeda e retira-se uma bola da primeira ou da segunda urna, dependendo do resultado ter sido cara ou coroa, respectivamente.Calcule a probabilidade condicional do resultado ter sido cara, dado que uma bola branca foi selecionada.

15. Seja X uma variável aleatória definida como a soma dos resultados obtidos no lançamento de dois dados honestos.
Calcule $P\{X = i,\ i= 2,3,\ldots, 12\}$.

16. Uma variável aleatória discreta X tem uma função de probabilidade dada por:

$$p(1)=1/2,\ p(2)=1/3,\ p(3)=1/6;$$

Obtenha a função distribuição acumulada de X e faça esboço do seu gráfico.

17. A variável aleatória X tem uma função densidade f dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{para } 0 \le x \le a \\ K, & \text{para } a < x < 1 \\ 0, & \text{para outros valores de } x. \end{cases}$$

Determine:
17.1 K em função de a;
17.2 A função distribuição de X, F(x).

18. Ao longo de cada dia, uma máquina produz dois ítens, um pela manhã e outro à tarde.A qualidade de cada ítem é classificada como boa (B), média (M), ou péssima (P).Estatísticas anteriores mostram que a fração de ítens bons produzidos pela máquina é 1/2, de ítens médios é 1/3 e de ítens péssimos é 1/6.

18.1 Escreva numa coluna o espaço amostral para o experimento que consiste na observação da produção de um dia.
18.2 Considere que um ítem bom acarreta um lucro de $2, um ítem médio um lucro de $1 e um ítem péssimo não acarreta lucro.Seja X a variável aleatória que descreve o lucro total diário.Numa coluna adjacente àquela de 18.1,escreva o valor da variável aleatória correspondente a cada ponto do espaço amostral.
18.3 Assumindo que a qualidade dos ítens produzidos pela manhã e à tarde são independentes, associe numa terceira coluna a cada ponto do espaço amostral a sua probabilidade.
18.4 Escreva o conjunto de todos os resultados possíveis para a variável aleatória X.
18.5 Obtenha a função massa de probabilidades da variável aleatória X.
18.6 Calcule o valor esperado do lucro diário obtido com a produção dessa máquina.

19. Determine o valor esperado da variável aleatória X definida no exercício 17.

20. Calcule a variância da variável aleatória definida pelo resultado do lançamento de um dado honesto.

21. Cinco moedas honestas são lançadas.Assumindo que os resultados são independentes, qual a probabilidade de duas caras e três coroas.

22. Sabe-se que os pacotes enviados por um certo host chegam ao seu destino com uma probabilidade igual a 0,1, independente um do outro.Qual a probabilidade de que em uma amostra de três pacotes consecutivos, no máximo, um chegar ao seu destino.

23. Se o número de acidentes que ocorrem por dia útil na Rodovia do Sol é uma variável aleatória de Poisson com média igual a 3, calcule a probabilidade de cada uma das seguintes ocorrências em um dia útil:

23.1 nenhum acidente;
23.2 mais de dois acidentes.

24. Determine a função de distribuição acumulada de uma variável aleatória uniformemente distribuída sobre o intervalo (a,b).

25. Se X é uma variável aleatória uniformemente distribuída sobre (0,10), calcule as probabilidades de se ter:
25.1 $X < 3$;
25.2 $X > 7$;
25.3 $1 \le X \le 12$.

26. A vida útil de um certo tipo de monitor segue uma distribuição exponencial com média igual a 1000.Qual a probabilidade de um monitor desse tipo durar:
26.1 mais que 1000 horas?
26.2 menos que 1000 horas?
26.3 mais que 1500 horas?