INF 02841 Teoria de Filas Aplicada a Computação - 2004/2	27/11/2004

Aula 1: Parte 2

Instrutor: Berilhes Borges Garcia — Escriba: João Daniel Junior e Felipe Thomaz Pedroni

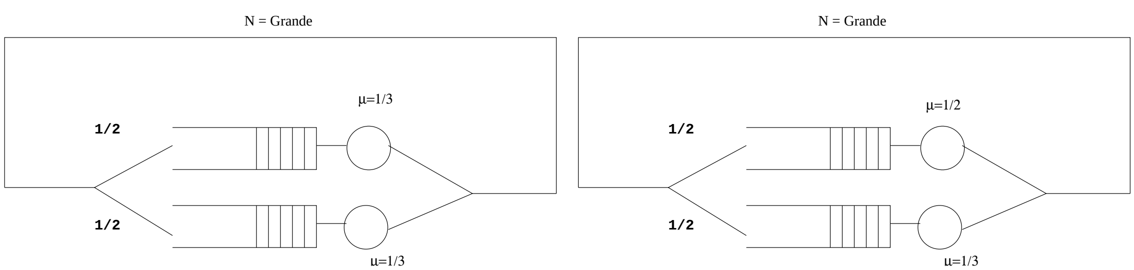
1 Pergunta

Por que nós não podemos fazer o uso de limites assintóticos para redes abertas?

Porque eles não são limites assintóticos para redes abertas. Em um sistema aberto é ainda verdade que $X \leq \frac{1}{D_{max}}$. No entanto, nós já sabemos que $X = \lambda$, dessa forma $\frac{1}{D_{max}}$ é um limite superior sob X, mas não necessariamente um limite superior apertado. Logo, nosso limite sob $E[R]$ para valores grandes de N tambám não á um limite apertado.

Contudo, as lições aprendidas para sistemas fechados também são aplicáveis aos sistemas abertos se a razão de chegada exterior é alta o bastante de modo que X está perto de $1/D_{max}$. A principal lição é: alivie o dispositivco estrangulado!!

Aqui está uma diferença interessante entre redes abertas e fechadas. Considere o sistema apresentado anteriormente.



(a) rede fechada com dispositivos de mesma velocidade .

(b) rede fechada apresentando dispositivos com velocidades diferentes.

Figura 1: Redes fechadas.

Em uma rede fechada não ajuda em nada acelerar apenas um dos dispositivos. No entanto, considere a mesma rede agora na forma de uma rede aberta. O tempo de resposta médio, $E[R]$, certamente melhorará se um dos dos dois dispositivos é acelerado.

2 Visão Geral da Parte 2 do Curso

A análise das Cadeias de Markov é uma ferramenta poderosa para derivar métricas de desempenho e de fato derivar muito mais coisas. Nós não determinaremos apenas o número médio de trabalhos, $E[N_i]$ no servidor i de filas, nós também determinaremos a distribuição completa de número de trabalhos no servidor.

2.1 Qual é o problema ?

Bem, Cadeias de Markov são somente úteis para resolver problemas que podem ser expressos como uma Cadeia de Markov. Alguns problemas são naturalmente expresssos em termos de uma Cadeia de Markov. Nós veremos alguns exemplos práticos mais a frente. No entanto, nem todos os problemas podem ser expressos em termos de uma cadeia de Markov. Alguns problemas podem ser forçados dentro de um modelo de Markov, no entanto para fazer isto, nós necessitamos fazer certas ”suposições exponenciais”acerca da carga de trabalho do problema, e algumas vezes estas suposições exponenciais podem não ser realísticas.

Nós estudaremos a análise da Cadeia de Markov porque:

1. Há muitos problemas que podem ser naturalmente modelados por uma Cadeia de Markov. Por exemplo, reconhecimento de fala pode ser modelado como uma Cadeia de Markov.
2. Mesmo se o problema não se ajusta naturalmente a um modelo de Markov, e nós somos forçados a fazer suposições não realistas, ”suposições exponenciais”, nós podemos, ainda, algumas vezes obter idéias por meio da análise de um modelo de alguma forma não realista.
3. Naqueles casos onde a distribuição de carga de trabalho é muito importante, e nós não queremos fazer suposições exponenciais não realistas, nós ainda podemos resolver o problema representando a distribuição verdadeira como uma mistura de várias exponenciais.

3 A Distribuição Exponencial e o Processo de Poisson

Nós dizemos que uma variável aleatória X é distribuída exponencialmente com razão λ

$$X \sim Exp(\lambda)$$

se X tem a seguinte função densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{if } x \geq 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (1)$$

O gráfico da função densidade de probabilidade é mostrado na figura abaixo. Note que a distribuição exponencial descreve um fator constante em cada passo.

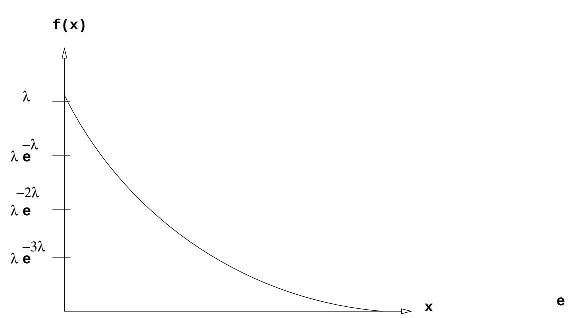


Figura 2: Função densidade de probabilidade.

A função de distribuição acumulada, $F(x) = Pr\{X \leq x\}$, é dada por:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(y)dy = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & x \geq 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \tag{2}$$

$$\bar{F}(x) = 1 - F(x) = e^{-\lambda x}, \quad x \geq 0 \tag{3}$$

Observe que tanto $f(x)$ como $F(x)$ descreve pelo fator constante, $e^{-\lambda}$ com cada unidade de aumento de x. A distribuição exponencial tem média:

$$E[x] = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = \frac{1}{\lambda} \tag{4}$$

O segundo momento de $X \sim Exp(\lambda)$ é:

$$E[x^2] = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx = \frac{2}{\lambda^2} \tag{5}$$

A variância é:

$$Var(X) = E[x^2] - (E[X])^2 = \frac{1}{\lambda^2} \tag{6}$$

Pergunta-se: Porque λ é chamado de "razão"da distribuição?
Resposta: Porque a média da distribuição é $\frac{1}{\lambda}$.

Pergunta-se: Qual é o coeficiente de variação de $Exp(\lambda)$?
Resposta: Observe que o coeficiente de variação de $Exp(\lambda)$ é 1.

$$C^2 = \frac{variancia}{media^2} \tag{7}$$