

## Aula 3: Leis Operacionais

Instrutor: Berilhes Borges Garcia

Escriba: Diogo Gobira e Jader Nico

## 1 Introdução

Leis Operacionais são leis que sustentam independente de qualquer suposição acerca da distribuição das chegadas ou da distribuição do tempo de serviço (tamanho dos trabalhos). Leis operacionais são extremamente úteis de aplicar e simples de aplicar.

## 2 Revisão

- Lei de Little para Sistemas Abertos

$$E\{N_s\} = \lambda E\{T_s\} \quad (1)$$

- Lei de Little para Sistemas Fechados

$$N = X E\{T_s\} \quad (2)$$

- Lei do Tempo de Resposta para Sistemas Interativos Fechados

$$E\{R\} = \frac{N}{X} - E\{Z\} \quad (3)$$

- Lei da Utilização

$$U_i = \frac{\lambda_i}{\mu_i} = \lambda_i E\{S_i\} \quad (4)$$

## 3 Lei do Fluxo Forçado

A Lei do Fluxo relaciona o throughput de um sistema com o throughput de um dispositivo individual:

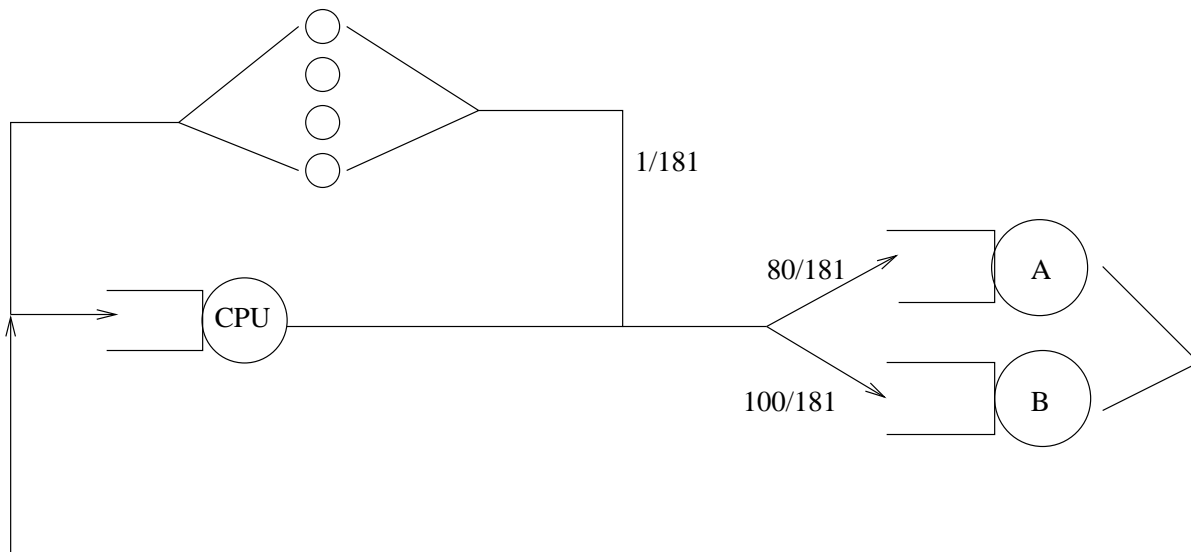
$$X_i = E\{V_i\} X \quad (5)$$

onde  $X$  denota o throughput do sistema,  $X_i$  denota o throughput no dispositivo  $i$ , o  $V_i$  denota o número de visitas ao dispositivo  $i$  por trabalho.  $V_i$  é frequentemente chamado de região de visita para o dispositivo  $i$ .

### Exemplo:

Pergunta:

Considere a rede mostrada na figura abaixo. Quais são as razões de visita? ( $E\{V_a\}, E\{V_b\}, E\{V_{cpu}\}$ )



Resposta:

$$C_a = C_{cpu} \frac{80}{181} \quad C = C_{cpu} \frac{1}{181}$$

$$C_b = C_{cpu} \frac{100}{181} \quad C_{cpu} = C_a + C_b + C$$

Dividindo tudo por C nós temos:

$$E\{V_a\} = E\{V_{cpu}\} \frac{80}{181}$$

$$E\{V_b\} = E\{V_{cpu}\} \frac{100}{181}$$

$$1 = E\{V_{cpu}\} \frac{1}{181}$$

$$E\{V_{cpu}\} = E\{V_a\} + E\{V_b\} + 1$$

Resolvendo este sistema de equações, nós temos:

$$E\{V_a\} = 80 \quad E\{V_b\} = 100 \quad E\{V_{cpu}\} = 181$$

## 4 Leis Operacionais em Combinação

**Exemplo:**

Suponha um sistema interativo com as seguintes características:

- 25 terminais ( $N = 25$ )
- Tempo de pensamento médio 18 segundos.
- 20 visitas a um disco específico por interação ( $V_{disco} = 20$ )
- 30% de utilização deste disco ( $U_{disco} = 30\%$ )

- 25 ms tempo médio de serviço por pedido por visita a este disco ( $E\{S_{disco}\} = 0,025$ )

Isto é tudo. Nada mais é dito acerca do restante do sistema.

Pergunta:

Qual é o valor de  $E\{R\}$ ?

Resposta:

$$E\{R\} = \frac{N}{X} - E\{Z\}, \text{ mas nós ainda necessitamos de } X$$

$$X = \frac{X_{disco}}{E\{S_{disco}\}}, \text{ mas nós ainda necessitados de } X_{disco}$$

$$X_{disco} = \frac{U_{disco}}{E\{S_{disco}\}}, \text{ que nós podemos calcular}$$

$$X_{disco} = 12 \text{ pedidos/s}$$

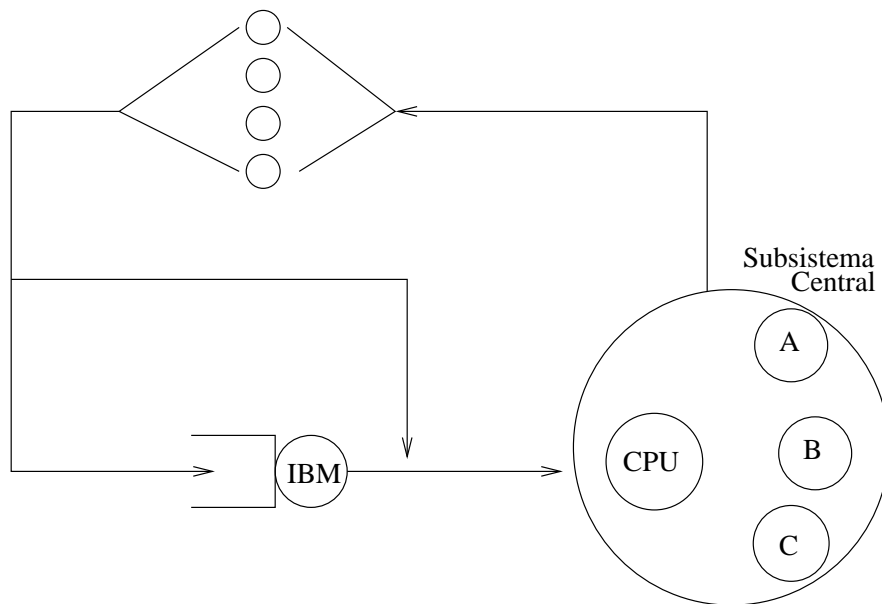
$$X = \frac{X_{disco}}{E\{S_{disco}\}} = 0,6 \text{ interações/s, e finalmente}$$

$$E\{R\} = \frac{N}{X} - E\{Z\} = 23,7 \text{ s}$$

## 5 Estudo de Caso

Considere o seguinte sistema:

- Sistema Interativo
- Sub-Sistema central consiste de uma CPU e 3 discos
- “Swapping” pode ocorrer entre as interações, de modo que o usuário perde sua partição de memória. Dessa forma *algumas vezes* um pedido tem que entrar na fila da memória de modo a obter uma partição de memória central antes de entrar no sub-sistema central.



As seguintes medidas foram obtidas acerca do sistema:

- Número de usuários “timesharing” ( $N = 23$ )
- Tempo Médio de pensamento por usuário ( $E\{Z\} = 21$  s)
- Throughput do sistema ( $X = 0,45$  interações/s)
- Número médio de pedidos tentando obter memória ( $E\{N_{obt.mem}\} = 11,65$ )
- Número médio de visitas a CPU por interação ( $E\{V_{cpu}\} = 3$ )
- Demanda média de serviço por visita à CPU ( $E\{S_{cpu}\} = 0,21$  s)

Pergunta:

Qual o tempo médio de corrida entre um instante de tempo que o usuário obtém uma partição de memória e a conclusão da interação?

Resposta:

$$E\{T_{Resposta}\} = E\{T_{ObterMemoria}\} + E\{T_{Sub-SistemaCentral}\}$$

- Lembre-se que nem todo trabalho tem que obter memória, mas pense em  $E\{\text{Tempo de Obter Memória}\}$  como o tempo para ir do ponto a direita antes da bifurcação na figura para a direita no ponto de união na figura.

Agora pela Lei do Tempo de Resposta:

$$E\{R\} = \frac{N}{X} - E\{Z\}$$

$$E\{R\} = \frac{23}{0,45} - 21$$

$$E\{R\} = 30,11$$

Além disso,

$$E\{T_{ObterMemoria}\} = E\{N_{ObtendoMemoria}\} / X$$

$$E\{T_{ObterMemoria}\} = \frac{11,65}{0,45} = 25,88$$

Logo,

$$E\{T_{Sub-SistemaCentral}\} = E\{T_{Resposta}\} - E\{T_{ObterMemoria}\}$$

$$E\{T_{Sub-SistemaCentral}\} = 30,11 - 25,88$$

$$E\{T_{Sub-SistemaCentral}\} = 4,2$$

Pergunta:

Qual é a utilização da CPU?

Resposta:

$$U_{cpu} = X_{cpu} E\{S_{cpu}\}$$

$$U_{cpu} = X E\{V_{cpu}\} E\{S_{cpu}\}$$

$$U_{cpu} = 0,45 \times 3 \times 0,21$$

$$U_{cpu} = 0,28$$