

Análise de Algoritmo
Lista de Exercício 2

1. Utilize o método da iteração para resolver a seguinte recorrência:

$$T(1) = 1$$
$$T(n) = T(n-1) + n^2 \quad \text{se } n > 1$$

Encontre uma função $g(n)$ tal que $T(n) = \Theta(g(n))$. A função $g(n)$ deveria ser expressa sem o uso de qualquer símbolo \sum . Prove o seu resultado utilizando o método da substituição.

2. Resolva a seguinte recorrência utilizando o método da iteração.

$$T(1) = 1$$
$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + n \lg^2 n \quad \text{se } n > 1$$

Onde $a \geq 1$ é uma constante. Assuma que $T(a) = \Theta(1)$ e que n é um múltiplo de a . Prove o seu resultado utilizando o método da substituição.

3. Resolva a seguinte recorrência:

$$T(1) = 1$$
$$T(n) = kT\left(\frac{n}{4}\right) + n^3 \quad \text{se } n > 1$$

utilizando o método da iteração. Quando k é igual a:

- (a) 1
- (b) 4
- (c) 8

Dica: Assuma que n é múltiplo de 4.

4. Resolva as seguintes recorrências utilizando o método da iteração ($T(1) = 1$):

- (a) $T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + n^3 \quad \text{se } n > 1$
- (b) $T(n) = T\left(\frac{7n}{10}\right) + n \quad \text{se } n > 1$

5. Prove os resultados do exercício anterior por meio de indução.

6. Resolva as seguintes recorrências utilizando a técnica da árvore de recursão, assuma que $T(x) = 1$ para $x \leq 2$.

- (a) $T(n) = 2T\left(\frac{n}{3}\right) + n$
- (b) $T(n) = \sqrt{n}T(\sqrt{n}) + n$

(c) $T(n) = 4T(\sqrt{n}) + \lg n$

7. Resolva a seguinte recorrência: $T(n) = T(\sqrt{n}) + 1$.

8. Encontre (e mostre como você encontrou) a razão de crescimento de $T(n)$ definida pela seguinte recursão:

$$T(0) = 0$$

$$T(n) = 3n + T(\lfloor 0.75n \rfloor) \quad \text{se } n > 0$$

9. Resolva as seguintes recorrências utilizando o método mestre:

(a) $T(n) = 9T(\frac{n}{3}) + n$

(b) $T(n) = T(\frac{2n}{3}) + 1$

(c) $T(n) = 3T(\frac{n}{4}) + n \lg n$

(d) $T(n) = T(\frac{n}{2}) + n \lg n$