INF 02779 Análise de Algoritmos - 2002/2	08/01/2003
Aula 7: Relações de Recorrência - Métodos de Análise	
Instrutor: Berilhes Borges Garcia	Escriba: Jociel C. Andrade e Mariella Berger

1 Mudança de Variáveis

Algumas vezes é útil utilizar alguma forma de manipulação algébrica para transformar uma recorrência em outra similar que você já tenha visto.

Exemplo: Considere a recorrência

$$T(n) = 2T(n^{\frac{1}{2}}) + \lg n.$$

Chame

$$m = \lg n$$

então nós temos:

$$T(2^m) = 2T(2^{\frac{m}{2}}) + m$$

Ajuste

$$S(m) = T(2^m)$$

portanto, nós temos:

$$S(m) = 2S(\frac{m}{2}) + m$$

Esta recorrência nós conhecemos e sabemos que

$$S(m) = O(m \lg m)$$

Mudando de volta de S(m) para T(n), nós obtemos:

$$T(n) = T(2^m) = S(m) = O(m \lg m) = O(\lg n \lg \lg n)$$

2 Método da Iteração

Este método consiste em expandir (iterar) a recorrência e expressá-la como uma somatória de termos dependentes somente de n e das condições iniciais. A seguir nós utilizamos técnicas para a avaliação de somatórias de modo a obter uma solução de fórmula fechada para a recorrência.
A chave do método da iteração é focalizar-se sobre 2 parâmetros:

- O número de vezes que a recorrência necessita ser iterada para alcançar a condição de fronteira;
- A soma dos termos resultantes de cada nível do processo de iteração.

Example: Considere a recorrência

$$T(n) = 3T(\frac{n}{4}) + n \tag{1}$$

Expandindo esta recorrência nós obtemos

$$T(n) = n + 3(\frac{n}{4}) + 9T(\frac{n}{16}), \tag{2}$$

expandindo mais uma vez

$$\begin{aligned}
T(n) &= n + 3(\frac{n}{4}) + 9(\frac{n}{16}) + 27T(\frac{n}{64}), \\
T(n) &= n + 3(\frac{n}{4}) + 9(\frac{n}{16}) + 27(\frac{n}{64}) + ... + 3^{\log_4 n}T(1), \\
T(n) &= \sum_{i=0}^{(\log_4 n)-1} n(\frac{3}{4})^i + 3^{\log_4 n}, \\
T(n) &\leq \sum_{i=0}^{\infty} n(\frac{3}{4})^i + n^{\log_4 3}, \\
T(n) &\leq 4n + n^{\log_4 3}, \\
T(n) &= O(n).
\end{aligned}$$

$\boxtimes$