$3^{\underline{a}}$ Prova de Cálculo Numérico - 04/1

Aluno: ______________________________

$1^{\underline{a}}$ Questão: a) (2.0 pontos) Dada a tabela

x	2.0	2.3	2.7	3.1	3.5	3.9	4.3	4.7
$\ln(x)$	0.693	0.833	0.993	1.131	1.253	1.361	1.459	1.548

calcule uma aproximação para $\ln(3.0)$ usando um polinômio interpolador sobre 4 pontos na forma de Newton, estime o erro cometido e compare com o erro exato.

b) (2.0 pontos) Obtenha o valor estimado de x para o qual $\ln(x) = 1.1$, usando um polinômio interpolador de grau 2 na forma de Lagrange.

c) (0.5 ponto) Explique, em que situação, podemos escolher o grau do polinômio interpolador e como é feita a escolha dos pontos para interpolação.

d) (0.5 ponto) Faça um algoritmo para avaliar um polinômio de grau n, $p_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$, em um ponto dado qualquer.

$2^{\underline{a}}$ Questão: a) (2.0 pontos) Calcular a integral $I = \int_0^3 (e^x + 2x)\, dx$, pela regra 1/3 de Simpson e com um número de subintervalos igual a 6. Qual é o menor número de subintervalos necessário para integrar com erro menor que 2×10^{-3} ($E_2 = -\frac{(b-a)^5}{180m^4} f^{iv}(\theta), a < \theta < b$)? (use 5 casas decimais).

b) (1.0 ponto) Dada a tabela

x	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$f(x)$	1.0	1.2408	1.5735	2.0333	2.6965	3.7183

e sabendo que a regra 1/3 de Simpson é, em geral, mais precisa que a regra dos Trapézios, qual seria o modo mais adequado de calcular $I = \int_0^1 f(x)\, dx$, usando a tabela acima? Não precisa calcular a integral.

c) (2.0 pontos) Calcule uma aproximação para a integral, $I = \int_2^5 \sqrt{e^x + 1}\, dx$, por quadratura de Gauss-Legendre com 3 pontos de integração (use 5 casas decimais).

	Pontos	Pesos
n = 2	$\pm\sqrt{3}/3$	1.0
n = 3	0.0	0.88888
	$\pm$ 0.77459	0.55555
n = 4	$\pm$ 0.86113	0.34785
	$\pm$ 0.33998	0.65214