

2ª Prova de Cálculo Numérico - 04/1

Aluno: _____

- 1ª Questão: a)** (1.5 pontos) Faça o algoritmo (pseudo-linguagem) do método da Bisseção, assumindo que o intervalo $[a, b]$ que contém a raiz isolada satisfaz a condição $f(a) * f(b) < 0$.
- b)** (1.0 ponto) Mostre geometricamente um passo do método de Newton e do método da secante, em gráficos diferentes. Obtenha a expressão do método de Newton para encontrar a raiz de uma função qualquer $f(x) = 0$.
- c)** (2.5 pontos) Isole os zeros da equação $f(x) = \log(x + 1) + 5x^2 - 2 = 0$. Calcule duas iterações do método de Newton ($x_0 = 0.5$) e da secante ($a = 0, b = 1$) para a raiz isolada no intervalo $[0,1]$ (use três casas decimais).
- d)** (0.5 ponto) Como devem ser os critérios de parada nos três métodos estudados?
- 2ª Questão: a)** (1.5 pontos) Considere o problema de valor inicial, $\frac{dy}{dx} = (\sqrt{x} + 1)y$, $y(1) = 1$. Calcule um passo do método de Euler Melhorado com $h = 0.15$ (use três casas decimais). O que significa o valor y_1 que acabou de calcular? Qual é a ordem do erro de truncamento local e global para este método? As constantes do método são:

$$\begin{array}{c|cc} 0 & & \\ 1 & 1 & \\ \hline & 1/2 & 1/2 \end{array}$$

- b)** (0.5 ponto) Escreva a expressão do método de Runge-Kutta de ordem 4, onde as constantes são dadas por

$$\begin{array}{c|cccc} 0 & & & & \\ 1/2 & 1/2 & & & \\ 1/2 & 0 & 1/2 & & \\ 1 & 0 & 0 & 1 & \\ \hline & 1/6 & 1/3 & 1/3 & 1/6 \end{array}$$

- c)** (1.5 pontos) Resolva o sistema abaixo, utilizando o método de Runge-Kutta de ordem 1, no intervalo de $[0, 0.2]$ utilizando dois subintervalos.

$$\frac{dy_1}{dx} = -y_1 + y_2 \quad y_1(0) = 0, \quad \frac{dy_2}{dx} = -y_1 - y_2 \quad y_2(0) = 1$$

- d)** (1.0 ponto) Indique como resolver a equação, $y'' = y' + 2y - x \sin(x)$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$, utilizando o método de Euler. Ou seja, obtenha o sistema de equações de primeira ordem que temos que resolver.