

**Lista de Algoritmos Numéricos**  
**Métodos Diretos de Resolução de Sistemas Lineares**  
**Prof. Andréa Maria Pedrosa Valli**

1. Para o sistema abaixo, analize a solução utilizando a eliminação de Gauss sem o pivoteamento parcial.

$$\begin{aligned}2x_1 - 6\alpha x_2 &= 3 \\ 3\alpha x_1 - x_2 &= 1.5\end{aligned}$$

- a) Encontre valor(es) para  $\alpha$  para o(s) qual(is) o sistema não tem soluções.  
b) Encontre valor(es) para  $\alpha$  para o(s) qual(is) o sistema tem um número infinito de soluções.  
c) Assumindo que existe uma única solução para um valor de  $\alpha$  dado, encontre essa solução.
2. Resolva as questões abaixo, utilizando aritmética de três dígitos, para o seguinte sistema:

$$\begin{aligned}3x_2 - x_3 + 8x_4 &= 15 \\ 2x_1 - x_2 + 10x_3 - x_4 &= -11 \\ -x_1 + 11x_2 - x_3 + 3x_4 &= 25 \\ 10x_1 - x_2 + 2x_3 &= 6\end{aligned}$$

- a) Obtenha a solução pelo método de eliminação de Gauss com pivoteamento parcial e calcule o resíduo. Calcule também o determinante.  
b) Observando a decomposição realizada em a), escreva os fatores  $L$  e  $U$  e o vetor  $pb$  da decomposição LU com pivoteamento parcial. Escreva os sistemas triangulares que devem ser resolvidos para a obtenção da solução, mas não precisa resolver (indique apenas como obter a solução).
3. Obtenha a fatoração  $LU = PA$  da matriz abaixo com aritmética de três dígitos. Escreva o vetor de permutação obtido.

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

4. Resolva os seguintes sistemas lineares triangulares,  $LUx = Pb$ , com aritmética de três dígitos, para obter  $(x_1, x_2, x_3)^T$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

5. Assuma que as matrizes  $L$  e  $U$  foram armazenadas na própria matriz dos coeficientes  $A$ , que foi destruída durante o processo de fatoração, resultando em uma matriz  $\tilde{A}$ . Dado o resultado da fatoração  $LU$ , os vetores das permutações e o vetor das constantes  $b$ , faça:
- a) Determine a solução do sistema  $Ax = b$ ;  
b) Recupere a matriz  $A$  dos coeficientes aproximadamente;  
c) Determine, de uma maneira eficiente computacionalmente, o determinante da matriz  $A$ .

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 4 & -6 & 5 \\ -0.5 & 5 & 1.5 \\ 0.25 & -0.3 & 1.2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 11 \\ -15 \\ 29 \end{bmatrix}, \quad p_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad p_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix},$$

6. Defina um sistema mal condicionado. Indique qual método é mais adequado para resolver sistemas mal condicionados, direto ou iterativo? Por que?