

**Lista de Algoritmos Numéricos**  
**Ajuste de Curvas pelo método dos Quadrados Mínimos**  
**Prof. Andréa Maria Pedrosa Valli**

1. (a) Dada a tabela abaixo com 6 experimentos, escreva as condições necessárias para ajustar uma parábola  $y = a_0 + a_1x + a_2x^2$  pelo método dos quadrados mínimos e obtenha as expressões do sistema normal resultante. Monte o sistema normal, observando que alguns dos somatórios estão listados abaixo. (b) Verifique que a parábola  $y = -2.018 + 11.33x - 1.222x^2$  é a solução do sistema e calcule a qualidade do ajuste. (c) Ajuste os dados abaixo pelo método dos quadrados mínimos utilizando uma reta. Explique como você compararia as duas curvas com relação aos dados? Determinar numericamente qual é a melhor escolha. Obs:  $\sum_{n=1}^6 x_k = 2.8$ ,  $\sum_{n=1}^6 x_k^3 = 30.064$ ,  $\sum_{n=1}^6 x_k^4 = 137.8402$ ,  $\sum_{n=1}^6 y_k = -6.9$ ,  $\sum_{n=1}^6 y_k x_k^2 = 128.416$ .  $\left( r^2 = 1 - \frac{F(a_0, a_1, \dots)}{\sum y_k^2 - \frac{1}{n}(\sum y_k)^2} \right)$  e  $\sigma^2 = \frac{F(a_0, a_1, \dots)}{n-p}$ .

$x_k$	-2.0	-1.5	0.0	1.0	2.2	3.1
$y_k$	-30.5	-20.2	-3.3	8.9	16.8	21.4

2. Determine a equação da parábola no plano  $xy$  que passa pela origem, tem eixo vertical e melhor se ajusta aos pontos  $(-1, 3)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(2, 5)$  no sentido dos quadrados mínimos.
3. Para efetuar regressões não lineares, é preciso linearizar o modelo em análise, efetuar a análise pelo método dos Quadrados Mínimos e depois a transformação reversa. Indique como ajustar à tabela abaixo uma curva do tipo  $z = ae^{bx}$  pelo método dos Quadrados Mínimos, montando o sistema normal. Verifique se  $u = 5.663e^{0.2646x}$  é a solução aproximada do ajuste.

$x_k$	0.1	1.5	3.3	4.5	5.0
$y_k$	5.9	8.8	12.0	19.8	21.5

4. Obtenha as equações do sistema normal para ajustar uma curva do tipo  $z = a + bx + cy$  à tabela abaixo e escreva as expressões do sistema normal do método dos Quadrados Mínimos.

$x$	-1	0	1	2	4	5
$y$	-2	-1	0	1	1	2
$z$	13	11	9	4	11	9

5. Responda as seguintes questões:

- (a) Explique como podemos escolher as funções do ajuste? Caso não saiba quais são as funções do ajuste, explique o que pode ser feito.
- (b) Explique como podemos utilizar o método dos Quadrados Mínimos para ajustar uma curva do tipo  $y = \frac{a}{b+x}$  dada a tabela com  $n$  experimentos  $[x_k, y_k]$ ,  $k = 1, \dots, n$ .