

Modelagem Numérica

Andréa Maria Pedrosa Valli

Laboratório de Computação de Alto Desempenho (LCAD)
Departamento de Informática
Universidade Federal do Espírito Santo - UFES, Vitória, ES, Brasil

Modelagem Numérica

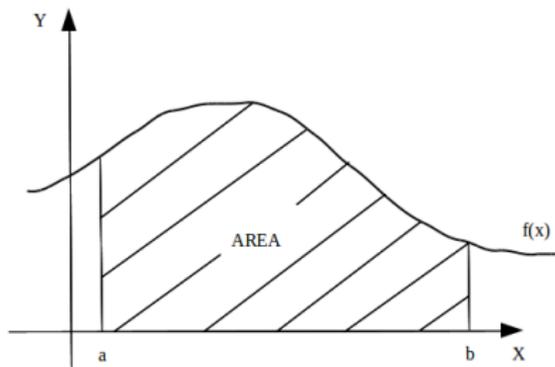
- 1 Técnicas de Solução
- 2 Etapas para uma Solução Numérica
- 3 Tipos de Erros
- 4 Laboratórios e Intuições
- 5 Problemas Práticos
- 6 Programa do Curso

- **Teórica:** Utiliza informações teóricas conhecidas para obter, em geral, uma expressão explícita para a solução de um problema. Ex: $\int_{-1}^1 x \, dx = \frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^1 = 0$
- **Experimental:** Utiliza equipamentos de medição para simular processo físicos nas mais diversas áreas do conhecimento.
- **Numérica:** Utiliza ferramentas numéricas e computacionais para simular numericamente problemas nas mais diversas áreas do conhecimento.

Comparação entre as três técnicas de solução [8]:

Técnica	Vantagens	Desvantagens
Teórica	mais geral fórmula fechada	restrita a geometrias e processos físicos simples geralmente restrita a problemas lineares
Experimental	mais realista	equipamento exigido problemas de escala dificuldade de medição custo operacional
Numérica	não há restrição à linearidade geometria e problemas complicados evolução temporal do processo	erros de truncamento e arredondamento custos operacionais prescrição das condições de contorno apropriadas

- **Problema Real:** Calcular a área sob uma curva.

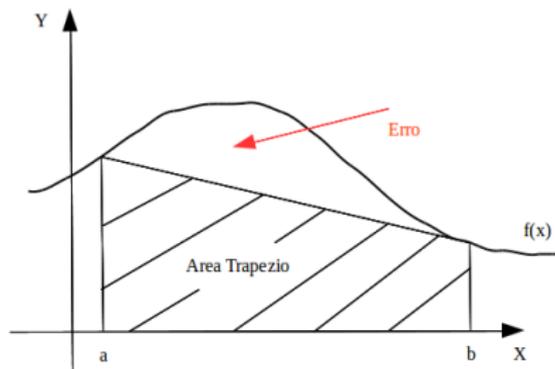


- **Modelo Matemático:**

$$Area = \int_a^b f(x) dx$$

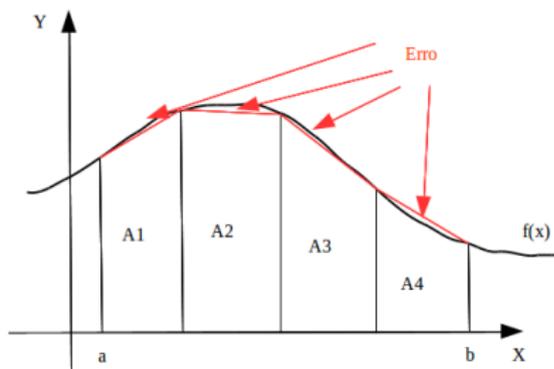
onde a , b , $f(x)$ são dados conhecidos do problema.

- Modelo Numérico:



$$Area = AreaTrapezio + \text{Erro}$$

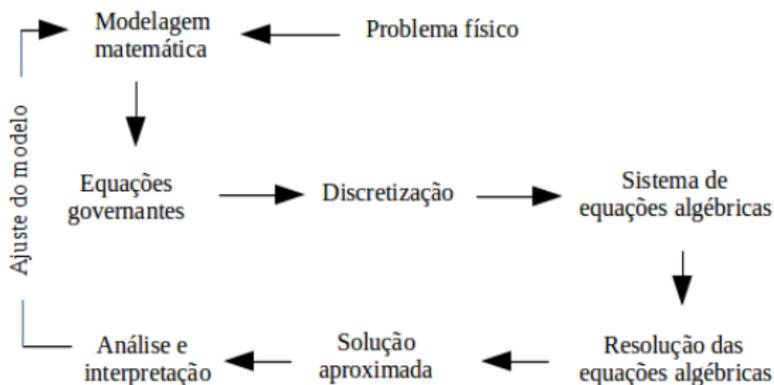
- Modelo Numérico:



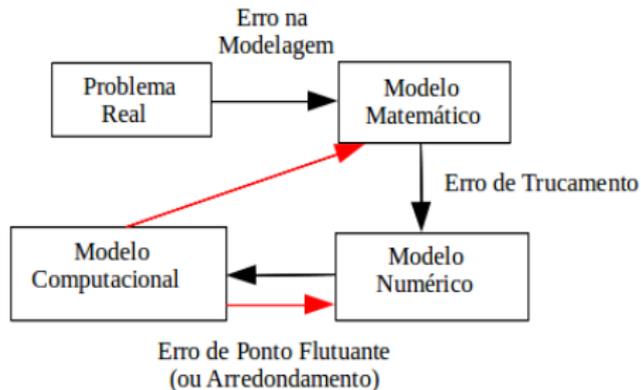
$$Area = \sum_{n=1}^4 A_n + \text{Erro}$$

- **Modelo Computacional:** usar uma linguagem computacional (C, Fortran, C++, etc) para implementar o modelo numérico.
 - **Verificação do Modelo Computacional:** construir, sempre que possível, problemas com solução conhecida e verificar a acurácia da solução aproximada obtida;
 - **Resolução de Aplicações:** obter soluções numéricas de problemas de interesse prático.

Detalhamento das etapas para a obtenção da solução numérica de um problema em engenharia [8]



Etapas da Solução Numérica e Erros:



Tipos de Erros que aparecem na modelagem numérica:

- 1 **Erros na Modelagem**: erros obtidos pelo uso de dados experimentais errados ou pela própria representação matemática errada de um modelo físico.
- 2 **Erros de Truncamento**: é o erro devido à aproximação de uma fórmula por outra, ou seja, quando são feitas aproximações para representar procedimentos matemáticos exatos.

Exemplo: $\text{sen}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$

- 3 **Erros de Arredondamento** (ou de **Ponto Flutuante**): é o erro causado pela imperfeição na representação de um número, ou seja, quando uma quantidade limitada de algarismos significativos são usados para representar números.

Membro:

- Laboratório de Computação e Alto Desempenho (LCAD/DI/UFES): <http://www.lcad.inf.ufes.br/>

Doutorado e Pós-Doutorado:

- Núcleo Avançado de Computação de Alto Desempenho (NACAD/COPPE/UFRJ): <http://www.nacad.ufrj.br/>
- Institute for Computational Engineering and Science (ICES/UT at Austin): <https://www.ices.utexas.edu/>

Colaborações:

- Laboratório de Otimização (LabOtim/DI/UFES): <http://labotim.inf.ufes.br/>
- Laboratório Nacional de Computação Científica (LNCC/MCTI): <http://www.lncc.br/>
- Texas Advanced Computing Center (TACC/UT at Austin, <https://www.tacc.utexas.edu/home>)

Projeto **Veículo Autônomo** da UFES (LCAD/DI/UFES,
(<https://lcadufes.wordpress.com/>)



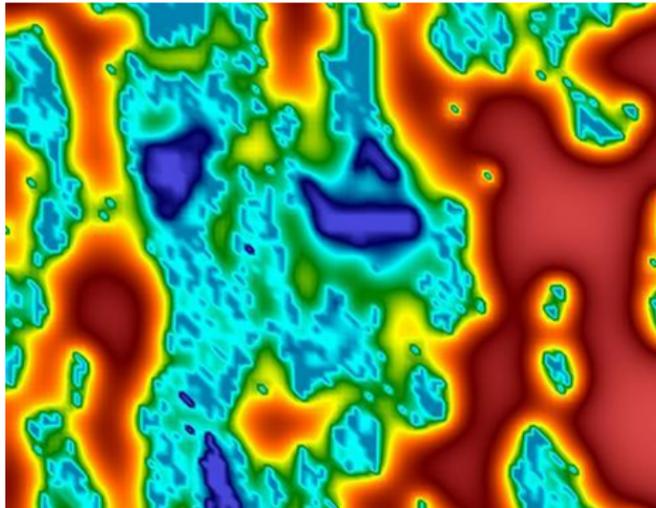
Supercomputadores **Santos Dumont** (esquerda) e **Lobo Carneiro** (direita) do sistema SINAPAD, instalados respectivamente no LNCC e na COPPE/UFRJ.



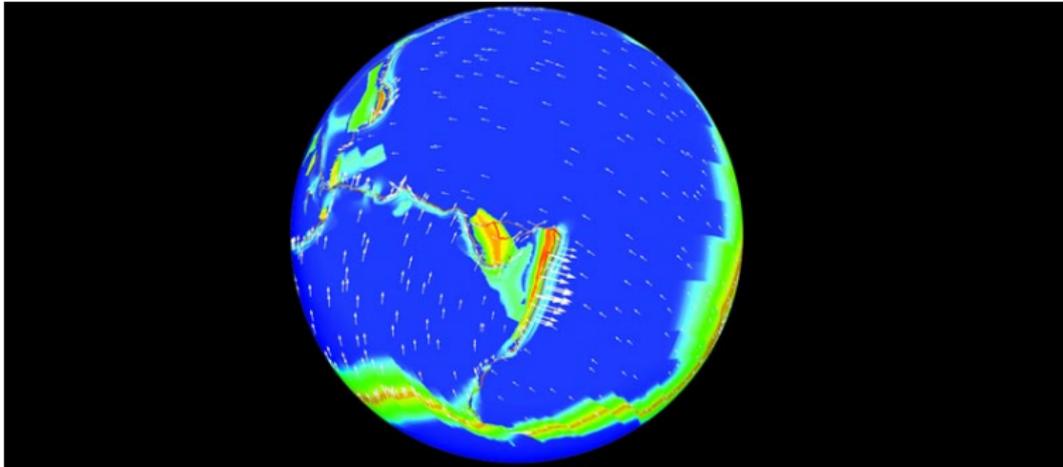
Stampede is one of the most powerful current supercomputers in the U.S. for open science research. Able to perform nearly 10 quadrillion operations per second (TACC/UT at Austin).



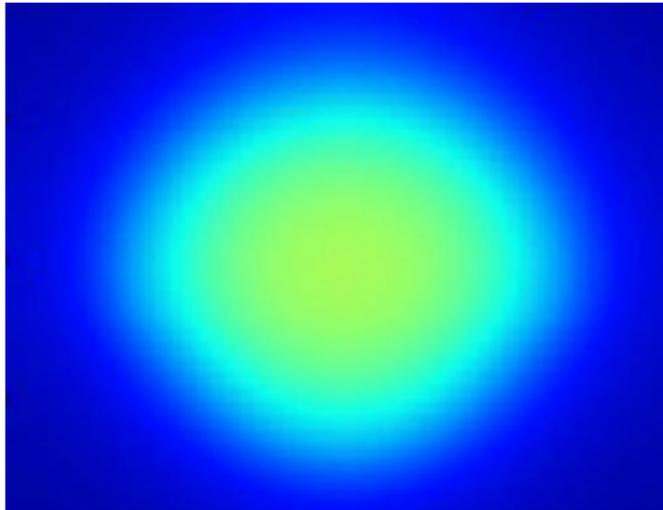
Joining and branching of hydraulic fractures (blue) in porous media using a phase field approach where the initial fractures are formulated by a given probability map (Dr. Mary Wheeler, ICES/UT at Austin, <https://www.ices.utexas.edu/about/news/394/>)



The ICES Center for Computational Geosciences and Optimization develops models of global-scale problems such as earthquakes, as well as simulations that provide insight into the basic principles that have shaped the planet such as the global mantle flow pictured here. (<https://www.ices.utexas.edu/about/news/394/>)



Tumor simulation imagery developed by Dr. Tinsley Oden.
(ICES Tumor Modeling Group, ICES/UT at Austin and LNCC,
<https://www.ices.utexas.edu/about/news/383/>)



Escoamento em uma cavidade bidimensional

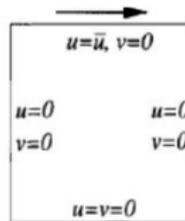
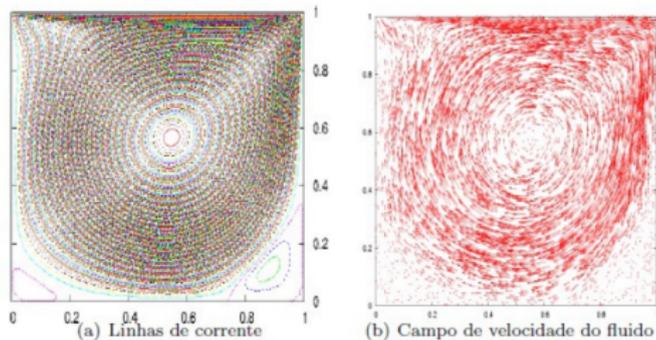


Figura 10: Escoamento em uma cavidade.



Escoamento sobre um degrau para $Re = 100, 500$ (número de Reynolds)

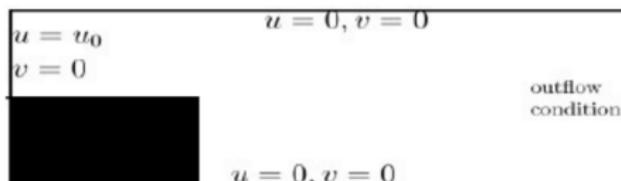
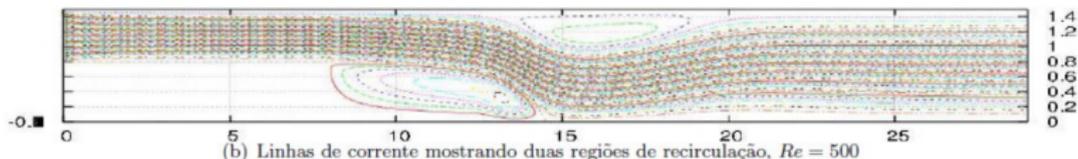
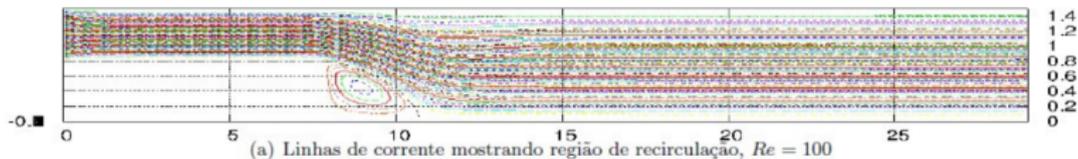


Figura 12: Escoamento sobre um degrau



Prof.: Andréa M.P. Valli, CT VII sala 35 - tel.: 3335 2664
homepage: www.inf.ufes.br/~avalli
email: avalli@inf.ufes.br (alternativo: ampvalli@gmail.com)

Objetivos

Estudar e implementar algoritmos numéricos para solucionar problemas, modelados matematicamente, nas mais diversas áreas do conhecimento humano.

Programa

1. Tipos de Erros
2. Resolução de Sistemas Lineares
3. Ajuste de Curvas
4. Solução Numérica de Equações Diferenciais
5. Interpolação
6. Raízes de Equações
7. Integração Numérica

Avaliação

Serão aplicadas listas de exercícios, provas, exercícios computacionais e trabalhos computacionais. A média parcial será calculada segundo a fórmula abaixo:

$$MP = (Listas)*0.1+(MediaProva)*0.5+(NotaEntrevista)*(Trab)*0.4$$

onde *NotaEntrevista* varia de 0 a 1,

$$Trab = 0.10 * Ex1 + 0.5 * Trab1 + 0.4 * Trab2$$

As notas só serão dadas depois de todas as entrevistas encerradas.

<p>Março 27 - Introdução, Erros 29 - Erros, Ex1</p> <p>Abril 03 - 2.8.1,2.8.2,2.8.3 05 - 2.8.4,2.8.5 10 - 2.8.6, Lista1, Trab1 12 - 2.2,2.3 17 - 2.3 19 - 2.4,2.7.2,2.9, Lista2 24 - Feriado 26 - Não tem aula</p> <p>Maio 01 - Feriado 03 - Não tem aula 08 - Não tem aula 10 - 7.1 15 - 7.2.1,7.2.2 17 - 7.5, Lista3 22 - Diferenças Finitas, Trab1 24 - Exercícios 29 - Exercícios 31 - Primeira Prova</p>	<p>Junho 05 - 3.1,3.2 07 - 3.2,3.3 12 - 3.5,3.6, Lista4 14 - 5.1 19 - 5.2, Lista5 21 - Exercícios 26 - Exercícios 28 - Segunda Prova, Trab2</p> <p>Julho 03 - 4.1 05 - 4.2,4.3, Lista6 10 - Não tem aula 12 - Não tem aula 17 - 6.1,6.2,6.5.1 19 - 6.3.1,6.3.4, Lista7 24 - Exercícios 26 - Exercícios 31 - Terceira Prova</p> <p>Agosto 02 - Não tem aula 07 - Prova Final</p>
--	--

Bibliografia Básica

[1] Algoritmos Numéricos, Frederico F. Campos, Filho - 2ª Ed., Rio de Janeiro, LTC, 2007.

[2] Métodos Numéricos para Engenharia, Steven C. Chapa e Raymond P. Canale, Ed. McGraw-Hill, 5ª Ed., 2008.

[3] Cálculo Numérico - Aspectos Teóricos e Computacionais, Márcia A. G. Ruggiero e Vera Lúcia da Rocha Lopes, Ed. Pearson Education, 2ª Ed., 1996.

Bibliografia Complementar

[4] Cálculo Numérico, Neide Maria Bertoldi Franco, Ed. Pearson Prentice Hall, 2007.

[5] Métodos Numéricos, Maria Cristina C. Cunha, Ed. Unicamp, 2ª Ed., 2003.

[6] Numerical methods in engineering with MATLAB, Jaan Kiusalaas, Cambridge University Press, 2005.

[7] Cálculo numérico: características matemáticas e computacionais dos métodos numéricos, Décio Sperandio, João Teixeira Mendes e Luiz Henry Monken Silva, Pearson Prentice Hall, 2003.

[8] Técnicas Computacionais para Dinâmica dos Fluidos - Conceitos Básicos e Aplicações, Armando de Oliveira Fortuna, Editora da Universidade de São Paulo, 2000.