

Primeiro Trabalho Computacional

Algoritmos Numéricos I - 17/1

Parte 1 - Método SOR

Objetivos: Estudar e implementar o método SOR para resolver matrizes esparsas em uma linguagem de programação estruturada C.

Considerações gerais: O trabalho poder ser feito em grupo de no máximo 2 alunos. Todos os trabalhos devem ser enviados por email (com o assunto trab1-part1 e o nome dos componentes do grupo), incluindo o relatório e os arquivos em C do seu código. Não envie os executáveis.

Data da entrega: 22 de maio de 2017.

Experimentos Numéricos:

1. Resolva o sistema tridiagonal abaixo e faça um estudo do parâmetro $0 < \omega < 2$ “ótimo” do método SOR, comparando o número de iterações necessário para a convergência. Implemente o cálculo da solução V do sistema tridiagonal abaixo pelo método SOR

$$\frac{V_{i-1} - 2V_i + V_{i+1}}{h^2} = f_i, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

onde $N = 99$, $h = 0.01$, $V_0 = 50$, $V_{100} = 20$ e $F = [f_i]_N$ é o vetor das constantes dado. Considere o vetor das constantes definido no seu código de forma a fornecer solução exata igual ao vetor unitário, $V = [1]_N$. Defina a solução inicial como sendo $V^{(0)} = -1/2(h^2 F)$. Considerando $r^{(0)}$ igual ao resíduo na solução inicial, defina o critério de parada quando o erro relativo da norma euclidiana do resíduo for menor que uma precisão ϵ dada, $\|res\|/\|r^{(0)}\| < \epsilon$, ou atinja um número máximo de iterações.

Nos experimentos numéricos, resolva primeiro o sistema usando o método de Gauss-Seidel ($\omega = 1$) com precisão $\epsilon = 10^{-7}$. Depois, varie o valor de $0 < \omega < 2$ considerando o número máximo de iterações igual ao número necessário para convergência pelo método de Gauss-Seidel. Em uma tabela, mostre o número de iterações para cada ω testado. Depois, mostre o decaimento do resíduo em um gráfico para a solução com ω ótimo.

2. Repita o exercício anterior para resolver um sistema de ordem $Nx \times Ny$ dado pela seguinte fórmula

$$\frac{V_{i+1,j} - 2V_{ij} + V_{i-1,j}}{h_x^2} + \frac{V_{i,j+1} - 2V_{ij} + V_{i,j-1}}{h_y^2} = f_{ij}$$

para $i = 1, 2, \dots, Nx$ e $j = 1, 2, \dots, Ny$, onde $V_{0,j} = V_{i,0} = 0$, $V_{Nx+1,j} = V_{i,Ny+1} = 10$. Considere aqui o problema cuja solução é o vetor unitário, $Nx = 199$, $Ny = 199$, $h_x = h_y = 0.05$ e $\epsilon = 10^{-7}$. Verifique, para um sistema menor, como é a estrutura da matriz que está resolvendo e inclua no seu relatório.

Relatório Técnico:

1. Faça o seu relatório técnico usando algum editor de texto (word, latex, por exemplo).
2. A finalidade do relatório é apresentar os processos desenvolvidos e os resultados da sua investigação, dependendo dos objetivos definidos.
3. Utilize uma forma de artigo para o seu relatório, uma vez que o trabalho não é extenso. Tente organizar de forma que o leitor entenda os objetivos da investigação; o que foi utilizado como metodologia para resolver os problemas com as devidas referências; os problemas que estão sendo resolvidos definindo claramente os parâmetros e constantes utilizadas; e a discussão dos resultados obtidos juntamente com as conclusões.
4. Com o seu relatório, o leitor tem que ser capaz de produzir os experimentos e obter os resultados apresentados no seu relatório. Seja direto, preciso e sucinto.